

**Неусыпин К.А.
Фам Суан Фанг**

**АЛГОРИТМИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ
ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ
НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ ЛА**

“МИР”

Ханой - 2009

Неусыпин К.А., Фам Суан Фанг

**АЛГОРИТМИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ
ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ
НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ ЛА**

МОНОГРАФИЯ

“МИР”

Ханой - 2009

УДК 681.513

Рецензент: Чыонг Данг Кхоа.

Неусыпин К.А., Фам Суан Фанг. Алгоритмические методы повышения точности навигационных систем ЛА. - Издательство Мир, Ханой, 2009. - 126 с.

№ 317-2009/CXB/17-54/ThG

ISBN 978-604-77-0027-1

В монографии рассмотрены современные навигационные системы летательных аппаратов, погрешности инерциальных навигационных систем и алгоритмические методы их компенсации. Представлены алгоритмы оценивания Калмана, Язвинского и адаптивные модификации алгоритмов оценивания. Большое внимание уделено исследованию качественных характеристик переменных состояния математических моделей. Представлены критерии степени управляемости и наблюдаемости, а также способы их использования в алгоритмическом обеспечении ЛА.

Монография предназначена для аспирантов, студентов, научных работников и инженеров, занимающихся теоретическими и прикладными вопросами управления ЛА.

УДК 681.513

ISBN 978-604-77-0027-1

ОГЛАВЛЕНИЕ

стр.

Введение

Глава 1. Современные навигационные системы

и их погрешности..... 6

- 1.1. Навигационные системы ЛА.....6
- 1.2. Обзор современных методов навигации.....10
- 1.3. Спутниковая радионавигационная система.....14
- 1.4. Погрешности автономных навигационных систем.....26

Глава 2. Алгоритмические методы повышения

точности автономных навигационных систем.....34

- 2.1. Методы компенсации динамических погрешностей автономных ИНС.34
- 2.2. Метод формирования измерений для компенсации погрешностей автономной ИНС.....35

Глава 3. Алгоритмы оценивания для коррекции

автономных ИНС.....42

- 3.1. Оптимальный фильтр Калмана.....42
- 3.2. Компактный алгоритм фильтрации в схеме коррекции автономной ИНС.....57

Глава 4. Критерии степени управляемости и наблюдаемости...65

- 4.1. Критерии управляемости и наблюдаемости.....65
- 4.2. Критерии степени управляемости и наблюдаемости.....72
- 4.3. Численный критерий степени наблюдаемости.....88
- 4.4. Способ повышения степени управляемости ЛА.....94
- 4.5. Численный критерий степени управляемости.....102
- 4.6. Алгоритм самоорганизации с резервированием трендов.....109
- 4.7. Оценивание слабонаблюдаемой азимутальной скорости дрейфа ИНС.....119

Список литературы.

Список условных сокращений

ЛА - Летательный Аппарат
ИНС - Инерциальная Навигационная Система
БИНС - Бесплатформенная Инерциальная Навигационная Система
БЛА - Беспилотный Летательный Аппарат
ГСП - ГироСтабилизированная Платформа
БЦВМ - Бортовая Цифровая Вычислительная Машина
ИСЗ - Искусственный Спутник Земли
АО - Алгоритма Оценивания
СНС - Спутниковая Ннавигационная Система
ФК - Фильтр Калмана
GDOP - геометрический фактор потери точности
PDOP - позиционный фактор потери точности
HDOP - горизонтальный фактор потери точности
VDOP - вертикальный фактор потери точности
TDOP- временной фактор потери точности
INMARSAT - система спутниковой связи
МИПФ - матричная импульсная переходная функция
GPS - Global Positioning System
DGPS - Differential GPS
RDS - Radio Data System
C/A - Coarse Acquisition
AS - Anti Spoofing
SA - Selective Availability
PRN - Pseudo Random Number code
NAVSTAR - Navigation Signal Timing and Ranging GPS
DOP - Dilution of precision

Введение

В настоящей монографии рассмотрены некоторые методы алгоритмической коррекции навигационных систем летательных аппаратов (ЛА). Представлены погрешности инерциальных навигационных систем (ИНС). Рассмотрены методы коррекции инерциальных навигационных систем с использованием сигналов других навигационных систем, в частности спутниковых систем.

В условиях автономной работы инерциальных навигационных систем целесообразно применять алгоритмический способ коррекции, основанный на использовании сигналов с датчиков углов прецессии.

Рассмотрены наиболее популярные алгоритмы: фильтр Калмана и фильтр Язвинского, а также их адаптивные модификации. С помощью этих алгоритмов осуществляется коррекция погрешностей навигационной системы в выходном сигнале. Качество работы алгоритмического обеспечения зависит от достоверности априорной информации о статистических характеристиках оцениваемого процесса, адекватности математических моделей, используемых в алгоритмах, а также от свойств этих моделей. Качественными характеристиками переменных состояния математических моделей являются, например, их степени наблюдаемости и степени управляемости. Эффективность осуществления управления и проведения процесса наблюдения определяется посредством представленных критериев. Приведены примеры использования критериев степени управляемости и наблюдаемости в конкретных алгоритмах.

Глава 1. СВОВРЕМЕННЫЕ НАВИГАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ И ИХ ПОГРЕШНОСТИ

1.1. Навигационные системы ЛА

Один из наиболее широко используемых видов навигационных систем - инерциальные навигационные системы (ИНС), которые в свою очередь можно разделить на несколько типов. Однако, прежде чем перейти к рассмотрению важнейших типов инерциальных систем, условимся в терминологии. В инерциальных системах будем различать два ортогональных трехгранника, которые будем условно называть опорным и навигационным.

В настоящее время в инерциальных системах используют два или три однокомпонентных акселерометра с взаимно перпендикулярными измерительными осями. Будем считать, что измерительные оси акселерометров устанавливаются параллельно ребрам опорного трехгранника. Может быть, точнее сказать, что ребра трехгранника указывают направления, параллельно которым с надлежащей точностью должны быть установлены измерительные оси акселерометров. Очевидно, что в любой ИНС опорный трехгранник должен быть реализован на борту объекта. Во всех инерциальных системах опорные трехгранники либо физически реализуются гиросtabilизированными платформами, либо они жестко связаны с самим объектом. В этом втором случае, очевидно, акселерометры жестко связываются с самим объектом. ИНС, не имеющие в своем составе гиросtabilизированные платформы, получили название бесплатформенных.

В инерциальных навигационных системах координаты получаются двумя способами: в первом случае координаты получаются интегрированием выражений, которые мы называем

формулами счисления; во втором случае координаты определяются величинами, характеризующими направление местной вертикали. В формулах счисления координат фигурируют проекции абсолютной и относительной скорости на оси вполне определенной системы координат. Трехгранник, соответствующий такой системе координат, будем называть навигационным. Так, например, в формулах счисления географических координат (широты и долготы) фигурируют проекции относительной скорости на восточную x и северную y оси географического сопровождающего трехгранника $хуз$. В этом случае географический трехгранник $хуз$ будем считать навигационным. В некоторых инерциальных системах отсчета навигационный и географический трехгранник совпадают, в других системах они ориентируются в пространстве по-разному; в этом случае необходимо знать матрицу направляющих косинусов, для того чтобы осуществить преобразование векторов из опорной системы координат в навигационную.

Во втором случае, когда координаты местоположения определяются по местной вертикали, навигационной системой координат будем называть ту систему, в которой определяется ориентация местной вертикали. Так например, географическая долгота λ и широта φ определяют направление местной географической вертикали в экваториальной системе координат $\xi\eta\zeta$, жестко связанной с Землей (оси ξ и η параллельны плоскости экватора). Система координат $\xi\eta\zeta$ является в этом случае навигационной. В рассматриваемых системах не обязательно физически реализовывать вертикаль на борту объекта. Ее можно задавать аналитически, например, с помощью вычисления направляющих косинусов в навигационной системе координат, то есть косинусов углов, образованных местной вертикалью с осями навигационной системы координат. По найденным направляющим косинусам можно определить углы ориентации местной вертикали в

навигационной системе координат, которые будут являться координатами местоположения объекта. После сделанных предварительных замечаний перейдем к классификации инерциальных систем.

К первому классу отнесем инерциальные системы, в которых опорным трехгранником, физически реализуемым гиросtabilизируемой платформой, является горизонтальный сопровождающий трехгранник, то есть трехгранник, одно ребро которого (ось z_p) направлена вдоль географической, гравитационной или геоцентрической вертикали. Ориентация горизонтальных осей x_p и y_p заранее не оговаривается. Управление вращением моделирующей гиropлатформы осуществляется сигналами, подаваемыми на вход датчиков момента гироскопов платформы. Управляющие сигналы зависят от текущего значения координаты местоположения объекта и компоненты его скорости движения. Гиросtabilизированная платформа в таких системах является аналоговым счетно-решающим элементом, работающим в замкнутой вычислительной схеме инерциальной системы.

Инерциальные системы такого типа получили наименование инерциальных систем полуаналитического типа.

Ко второму классу отнесем системы, в которых абсолютная угловая скорость опорного трехгранника является заданной функцией времени.

К трехгранникам такого типа относятся, например, экваториальные трехгранники $\xi_a \varphi_a \zeta_a$ и $\xi \varphi \zeta$. Первый из них неподвижен в инерциальном пространстве, второй вращается с постоянной угловой скоростью - скоростью вращения Земли - вокруг оси ζ . В таких системах ориентация опорного трехгранника не зависит ни от местоположения объекта, ни от характера его движения. Опорный трехгранник реализуется на объекте гиросtabilизированной платформой, но управление ее ориентацией

осуществляется сигналами, вырабатываемыми временным программным устройством. Гиросtabilизированная платформа физически реализует на объекте некоторую базисную систему координат. Эту систему координат можно принять за навигационную систему координат, в которой можно определять местоположение объекта. Если в системах рассматриваемого вида местная вертикаль определяется аналитически, тогда инерциальные системы второго класса называют аналитическими.

К третьему классу отнесем системы, в которых гиросtabilизируемая платформа материализует на объекте опорный и навигационный трехгранники, как и в предыдущем случае, но, в отличие от него, местная вертикаль в системах третьего класса физически реализуется на объекте с помощью специального построителя вертикали.

Системы этого класса называют инерциальными системами геометрического типа. В таких системах координаты местоположения объекта определяются углами, которые образует физически реализованная ось местной вертикали с материализованной платформой, осями и плоскостями навигационной системы координат. Эти углы измеряются соответствующими датчиками.

И наконец, к четвертому классу систем отнесем системы, в которых опорный трехгранник жестко связан с самим объектом. Ориентация опорного трехгранника в пространстве относительно некоторой базисной координатной системы может быть определена по известным проекциям абсолютной угловой скорости опорного трехгранника на его собственные оси.

Это проекции могут быть измерены тремя однокомпонентными гироскопическими измерителями угловой скорости, измерительные оси которых установлены вдоль соответствующих осей опорного трехгранника. Возможны и другие

решения. Ориентацию опорного трехгранника, а следовательно, и объекта можно также определять с помощью надлежащего числа свободных гироскопов, установленных на объекте.

Как указывалось, системы четвертого класса называют бесплатформенными инерциальными навигационными системами (БИНС).

ИНС являются не единственным способом определения координат (местоположения) объекта. В настоящее время широкое распространение получила спутниковая навигация, система GPS в частности. Но в данной работе рассматривается коррекция ИНС без использования внешнего сигнала, именно поэтому было целесообразно столь подробно рассмотреть различные виды ИНС.

1.2. Обзор современных методов навигации

Успешное решение задач управления сложными техническими системами во многом определяется уровнем развития измерительной техники. Эксплуатационные характеристики динамического объекта в большой степени определяются совершенством бортового оборудования, в частности, качеством информационно-измерительных сигналов, используемых для управления объектом. Источником информационно-измерительных сигналов о местоположении, ориентации, скорости и других параметрах движения является навигационный приборный комплекс [1].

Принцип действия

Классификация навигационных систем проводится по типу чувствительных элементов, используемых в системах, иначе по принципу действия, а также по точностным характеристикам. Наиболее широко используются навигационные системы, основанные на принципах гироскопической стабилизации.

В практических приложениях технике используются свободные трёхстепенные гироскопы, которые отличаются простотой конструкции, компактностью и хорошо отработаны на практике. Существенные погрешности этого типа в достаточной степени компенсируются с помощью простейших алгоритмов коррекции. Однако на современном этапе развития авиационной техники возникает необходимость компенсировать такие погрешности свободных гироскопов, как динамический дрейф, обусловленный действием перекрёстных угловых скоростей в условиях сложного движения ЛА.

Информация об угловой ориентации ЛА относительно опорной системы координат, реализуемой блоком двух свободных гироскопов, выдаётся датчиками углов, расположенных на осях подвеса гироскопов. Эта информация искажается при нарушении ортогональности между собственным кинетическим моментом свободного гироскопа и осью подвеса наружной рамки.

В процессе полёта ЛА может совершать различные манёвры, что и приводит к нарушению ортогональности внутренней и наружной рамок гироскопа. Поворот ЛА вокруг оси, совпадающей с осью подвеса наружной рамки гироскопа, приводит к рассогласованию осей ЛА и внутренней рамки, на которой расположен датчик угла. Это также приводит к искажению информации об ориентации ЛА.

Другим достаточно часто используемым типом навигационных систем, является блок датчиков угловых скоростей, основанный на двух или трёх двухстепенных гироскопах. Системы измерения угловых скоростей, построенные на трёх двухстепенных дифференцирующих гироскопах с ортогональными измерительными осями, нашли широкое применение в системах автоматического управления движением ЛА, и в особенности в системах автоматической угловой стабилизации ЛА. Серьёзным недостатком

дифференцирующих гироскопов являются погрешности, зависящие от перекрёстных угловых скоростей, возникающих при сложном движении БЛА. Метод уменьшения их введением спаренных гироскопов приводит к увеличению массы системы и к появлению других погрешностей, вызванных трением в шарнирном соединении спаренника и в осях подвеса спаренных гироскопов.

Самым распространённым типом навигационных систем в настоящее время являются системы, в которых используется гиростабилизированная платформа (ГСП). На ГСП возлагаются задачи по управлению и стабилизации специальных бортовых приборов, таких как антенны бортовых радиолокационных станций, чувствительные элементы пеленгаторов, координаты цели, аэрофотоаппаратура, акселерометры и т.д. ГСП удерживает стабилизируемый объект на заданных направлениях в пространстве.

ГСП может быть построена на гироскопах различных типов: лазерных и электростатических гироскопах, динамически настраиваемых, поплавковых и других гироскопах. ГСП имеет погрешности, обусловленные типом применяемых гироскопов и конструкцией платформы. Специфические погрешности, присущие различным типам гироскопов успешно компенсируются, а динамический дрейф ГСП, достигающий в современных системах значительных величин по сравнению с остаточными (после компенсации) погрешностями, как правило, не компенсируется.

На объектах, предназначенных для осуществления длительных полётов в непосредственной близости от поверхности Земли, широкое распространение получили ИНС.

БИНС для получения навигационной информации относительно выбранной системы координат моделируют математический маятник с периодом Шуллера посредством информации о линейных ускорениях и угловых скоростях несущего объекта. БИНС могут включать акселерометры, которые жёстко

крепятся на борту БЛА, либо перемещаются по заданному закону, или акселерометры и измерители, и измерители угловых скоростей.

Достоинствами БИНС по сравнению с платформенными ИНС обычно считаются большая надёжность, простота эксплуатации и меньшая стоимость. Хотя требования к точностным характеристикам акселерометров и гироскопов более высокие, так как чувствительные элементы БИНС жёстко закреплены непосредственно на корпусе, ЛА находятся в чрезвычайно жёстких условиях эксплуатации. ИНС и ГСП в зависимости от ориентации осей акселерометров в пространстве могут быть выполнены по геометрической, полуаналитической и аналитической кинематическим схемам. ИНС, построенные по геометрической схеме, представляют собой платформу с акселерометрами, измерительные оси которых ориентированы в географической системе координат. Платформа поворачивается при движении несущего объекта таким образом, что всё время находится в плоскости местного горизонта, оси же гиростабилизатора остаются в угловом смысле неизменными в инерциальном пространстве. Относительно инерциального пространства и соответственно гиростабилизатора измерительные оси акселерометров поворачивают с угловой скоростью, которая равна скорости вращения Земли и относительного движения несущего объекта.

В ИНС аналитического типа материализуется в угловом смысле неподвижная в инерциальном пространстве система координат, относительно которой ведутся все отсчёты навигационных параметров динамического объекта. Требования к БЦВМ при использовании ИНС аналитического типа более высокие, чем у вышеперечисленных типов ИНС.

Наиболее распространённой является полуаналитическая схема построения ИНС. Эта схема характеризуется тем, что система координат запоминается в БЦВМ, а сопровождающий трёхгранник

материализуется посредством ГСП с акселерометрами. Оси чувствительности акселерометров ориентированы относительно земной поверхности по осям ортодромической, азимутально-свободной или географической системы координат. Сохранение ГСП горизонтального положения и выбранной ориентации в азимуте достигается посредством настройки системы на период Шулера, равный *84,4 мин.* В этом случае достигается инвариантность системы к горизонтальным ускорениям несущего объекта.

ИНС, построенные по полуаналитической схеме, могут быть реализованы на базе трёх двухстепенных гироскопов или двух трёхстепенных гироскопов. Интегрирование сигналов с акселерометров даёт информацию о скорости несущего динамического объекта. Двукратное интегрирование позволяет определить пройденный путь вдоль соответствующих осей.

1.3. Спутниковая радионавигационная система

Основы системы GPS можно разбить на пять основных подпунктов [12,13, 14]:

- Спутниковая трилатерация - основа системы.
- Спутниковая дальнометрия и измерение расстояний до спутников
- Точная временная привязка и зачем нужно согласовывать часы в приемнике и на спутнике и для чего требуется 4-й космический аппарат
- Расположение спутников и определение точного положения спутников в космосе
- Коррекция ошибок и учет ошибок вносимых задержками в тропосфере и ионосфере.

Точные координаты могут быть вычислены для места на поверхности Земли по измерениям расстояний от группы спутников

(если их положение в космосе известно). В этом случае спутники являются пунктами с известными координатами. Предположим, что расстояние от одного спутника известно и мы можем описать сферу заданного радиуса вокруг него. Если мы знаем также расстояние и до второго спутника, то определяемое местоположение будет расположено где-то в круге, задаваемом пересечением двух сфер. Третий спутник определяет две точки на окружности. Теперь остается только выбрать правильную точку. Однако одна из точек всегда может быть отброшена, так как она имеет высокую скорость перемещения или находится на или под поверхностью Земли. Таким образом, зная расстояние до трех спутников, можно вычислить координаты определяемой точки.

Передающая аппаратура спутника излучает синусоидальные сигналы на двух несущих частотах: $L_1=1575,42\text{МГц}$ и $L_2=1227,6\text{МГц}$. Перед этим сигналы модулируются так называемыми псевдослучайными цифровыми последовательностями (точнее, эта процедура называется фазовой манипуляцией). Причем частота L_1 модулируется двумя видами кодов: C/A-кодом (код свободного доступа) и P-кодом (код санкционированного доступа), а частота L_2 - только P-кодом. Кроме того, обе несущие частоты дополнительно кодируются навигационным сообщением, в котором содержатся данные об орбитах ИСЗ, информация о параметрах атмосферы, поправки системного времени.

Кодирование излучаемого спутником радиосигнала преследует несколько целей:

- обеспечение возможности синхронизации сигналов ИСЗ и приемника;
- создание наилучших условий различения сигнала в аппаратуре приемника на фоне шумов (доказано, что псевдослучайные коды обладают такими свойствами);

- реализация режима ограниченного доступа к GPS, когда высокоточные измерения возможны лишь при санкционированном использовании системы.

Код свободного доступа C/A (Coarse Acquisition) имеет частоту следования импульсов $1,023\text{МГц}$ и период повторения $0,001\text{сек.}$, поэтому его декодирование в приемнике осуществляется достаточно просто. Однако точность автономных измерений расстояний с его помощью невысока.

Защищенный код Р (Protected) характеризуется частотой следования импульсов $10,23\text{МГц}$ и периодом повторения 7 суток. Кроме того, раз в неделю происходит смена этого кода на всех спутниках. Поэтому до недавнего времени измерения по Р-коду могли выполнять только пользователи, получившие разрешение Министерства обороны США. В настоящее время к Р-коду имеет доступ широкий круг специалистов. Однако США предприняло меры дополнительной защиты Р-кода: в любой момент без предупреждения может быть включен режим AS (Anti Spoofing). При этом осуществляется дополнительное кодирование Р-кода, и он превращается в Y-код. Расшифровка Y-кода возможна только аппаратно, с использованием криптографического ключа, устанавливаемого в GPS - приемнике.

Для снижения точности определения координат несанкционированными пользователями предусмотрен режим выборочного доступа SA (Selective Availability). При включении этого режима в навигационное сообщение намеренно вводится ложная информация о поправках к системному времени и орбитах ИСЗ, что приводит к снижению точности навигационных определений примерно в 3 раза.

Поскольку Р- код передается на двух частотах (L_1 и L_2), а C/A-код - на одной (L_1), в GPS-приемниках, работающих по Р-коду, частично компенсируется ошибка задержки сигнала в ионосфере,

которая зависит от частоты сигнала. Точность автономного определения расстояния по P- коду примерно на порядок выше, чем по C/A-коду.

Расстояние до спутников определяется по измерениям времени прохождения радиосигнала от космического аппарата до приемника умноженным на скорость света. Для того, чтобы определить время распространения сигнала нам необходимо знать когда он покинул спутник. Приемник проверяет входящий сигнал со спутника и определяет когда он генерировал такой же код. Полученная разница, умноженная на скорость света позволяет получить это расстояние. Использование кода позволяет приемнику определить временную задержку в любое время. Кроме того, спутники могут излучать сигнал на одной и той же частоте, так как каждый спутник идентифицируется по своему Псевдослучайному коду (PRN или PseudoRandom Number code).

Проводимые вычисления зависят от точности хода часов. Код должен генерироваться на спутнике и приемнике в одно и то же время. На спутниках установлены атомные часы имеющие точность около одной наносекунды. Однако это слишком дорого, чтобы устанавливать такие часы в каждый GPS приемник, поэтому измерения от четвертого спутника используются для устранения ошибок хода часов приемника. Эти измерения можно использовать для устранения ошибок, которые возникают если часы на спутнике и в приемнике не синхронизированы. Для наглядности, иллюстрации приведенные ниже рассматривают ситуацию на плоскости, так как только три спутника необходимо для вычисления местоположения объекта. Если часы на спутнике и в приемнике имеют одинаковую точность хода, то точное местоположение может быть найдено по измерениям расстояния до двух спутников. Если получены измерения с трех спутников и все часы точные, то круг описанный радиус-вектором от третьего спутника будет пересекаться.

Когда GPS приемник получает серию измерений которые не пересекаются в одной точке, то компьютер в приемнике начинает вычитать или добавлять время методом последовательных итерации до тех пор, пока не сведет все измерения к одной точке. После этого вычисляется поправка и делается соответствующее уравнивание. Если требуется третье измерение, то необходим четвертый спутник для устранения ошибок хода часов в приемнике. Таким образом, необходимо иметь минимум четыре спутника, чтобы определить трехмерные координаты объекта.

Система NAVSTAR имеет 24 рабочих спутника с орбитальным периодом в 12 часов на высоте примерно 20200 км от поверхности Земли. В шести различных плоскостях имеющих наклон к экватору в 55° , расположено по 4 спутника.

Указанная высота необходима для обеспечения стабильности орбитального движения спутников и уменьшения фактора влияния сопротивления атмосферы.

Фактор потери точности (Dilution of precision - DOP) бывает следующих типов: геометрический (GDOP), позиционный (PDOP), горизонтальный (HDOP), вертикальный (VDOP) и временной (TDOP) [12, 13].

Точность GPS в автономном режиме или дифференциальном режиме, одно или двухчастотном приёмнике, режиме реального времени или постобработки зависит от многообразных факторов. Определяемая точность дается в значении “минимального возможного уровня”, т.е. точность будет не хуже определенного уровня за определенный промежуток времени. Для любой точки земной поверхности, точность в горизонтальной плоскости эквивалентна или лучше чем 100 метров исходя из среднеквадратической ошибки измерения удвоенного расстояния (twice-distance-root-mean-square). Это значит, что за период времени в 24 часа, плановые координаты, определяемые с помощью GPS,

будут находиться не дальше чем в 100 метрах от истинных координат на протяжении 95 процентов времени наблюдений. Соответствующая точность определения высот - 156 метров, а для времени - 340 наносекунд.

Эти расчётные параметры точности определены для орбитальной группировки из 24-х спутников, при маске возвышения 5 градусов без препятствий и как минимум, четырёх наблюдаемых спутников с геометрическим фактором потери точности позиционирования (PDOP) не более 6. Это означает, что в зависимости от местоположения или времени суток реальная точность GPS будет меняться. В глубоких каньонах городов мы можем столкнуться с тем, что в поле зрения не будет и четырех спутников или PDOP станет значительно больше 6.

Изменчивость реальной точности GPS в зависимости от места или времени - доминирующий эффект в потере точности из-за геометрического фактора, который при умножении на ошибки измерений и прочее даёт суммарную ошибку в координатах, компонентах координат или времени. На точность определения координат существенное влияние оказывают ошибки, возникающие при выполнении процедуры измерений. Природа этих ошибок различна:

Неточное определение времени. При всей точности временных эталонов ИСЗ существует некоторая погрешность шкалы времени аппаратуры спутника. Она приводит к возникновению систематической ошибки определения координат около 0.6 м.

Ошибки вычисления орбит. Появляются вследствие неточностей прогноза и расчета эфемерид спутников, выполняемых в аппаратуре приемника. Эта погрешность также носит систематический характер и приводит к ошибке измерения координат около 0.6 м.

Инструментальная ошибка приемника. Обусловлена, прежде всего, наличием шумов в электронном тракте приемника. Отношение сигнал/шум приемника определяет точность процедуры сравнения принятого от ИСЗ и опорного сигналов, т.е. погрешность вычисления псевдодальности. Наличие данной погрешности приводит к возникновению координатной ошибки порядка 1.2 м.

Многопутность распространения сигнала. Появляется в результате вторичных отражений сигнала спутника от крупных препятствий, расположенных в непосредственной близости от приемника. При этом возникает явление интерференции, и измеренное расстояние оказывается больше действительного. Аналитически данную погрешность оценить достаточно трудно, а наилучшим способом борьбы с ней считается рациональное размещение антенны приемника относительно препятствий. В результате воздействия этого фактора ошибка определения псевдодальности может увеличиться на 20 м.

Ионосферные задержки сигнала. Ионосфера - это ионизированный атмосферный слой в диапазоне высот 50 - 500 км, который содержит свободные электроны. Наличие этих электронов вызывает задержку распространения сигнала спутника, которая прямо пропорциональна концентрации электронов и обратно пропорциональна квадрату частоты радиосигнала. Для компенсации возникающей при этом ошибки определения псевдодальности используется метод двухчастотных измерений на частотах L1 и L2 (в двухчастотных приемниках). Линейные комбинации двухчастотных измерений не содержат ионосферных погрешностей первого порядка. Кроме того, для частичной компенсации этой погрешности может быть использована модель коррекции, которая аналитически рассчитывается с использованием информации, содержащейся в навигационном сообщении. При этом величина

остаточной немоделируемой ионосферной задержки может вызывать погрешность определения псевдодальности около 10 м.

Тропосферные задержки сигнала. Тропосфера - самый нижний от земной поверхности слой атмосферы (до высоты 8 - 13 км). Она также обуславливает задержку распространения радиосигнала от спутника. Величина задержки зависит от метеопараметров (давления, температуры, влажности), а также от высоты спутника над горизонтом. Компенсация тропосферных задержек производится путем расчета математической модели этого слоя атмосферы. Необходимые для этого коэффициенты содержатся в навигационном сообщении. Тропосферные задержки вызывают ошибки измерения псевдодальностей в 1 м. [13].

Геометрическое расположение спутников. При вычислении суммарной ошибки необходимо еще учесть взаимное положение потребителя и спутников рабочего созвездия. Для этого вводится специальный коэффициент геометрического ухудшения точности PDOP (Position Dilution Of Precision), на который необходимо умножить все перечисленные выше ошибки, чтобы получить результирующую ошибку. Величина коэффициента PDOP зависит от взаимного расположения спутников и приемника. Она обратно пропорциональна объему фигуры, которая будет образована, если провести единичные векторы от приемника к спутникам. Большое значение PDOP говорит о неудачном расположении ИСЗ и большой величине ошибки. Типичное среднее значение PDOP колеблется от 4 до 6.

Дифференциальный режим GPS.

Наиболее эффективным средством исключения ошибок является дифференциальный способ наблюдений - DGPS (Differential GPS). Его суть состоит в выполнении измерений двумя приемниками: один устанавливается в определяемой точке, а другой - в точке с известными координатами - базовой станции [12,13].

Поскольку расстояние от ИСЗ до приемников значительно больше расстояния между самими приемниками, то считают, что условия приема сигналов обоими приемниками практически одинаковы. А, следовательно, величины ошибок также будут близки. В режиме DGPS измеряют не абсолютные координаты первого приемника, а его положение относительно базового. Использование дифференциального режима позволяет практически полностью исключить влияние режима SA и довести точность кодовых измерений до десятков сантиметров, а фазовых - до единиц миллиметров. Наилучшие показатели имеют фазовые двухчастотные приемники. Они отличаются от фазовых одночастотных более высокой точностью, более широким диапазоном измеряемых векторов баз и большей скоростью и устойчивостью измерений. Однако современные технологические достижения позволяют одночастотным фазовым приемникам по характеристикам приблизиться к двухчастотным.

Одной из особенностей режима DGPS является необходимость передачи дифференциальных поправок от базового приемника к определяемому. При этом различают два метода корректировки информации:

Метод коррекции координат, когда на станции и в определяемой точке наблюдают одни и те же ИСЗ, а затем в качестве дифференциальных поправок с базовой станции передают добавки к измеренным в определяемом пункте координатам. Недостатком этого метода является то, что приемники базового и определяемого пунктов должны работать по одному рабочему созвездию. Это неудобно, поскольку все потребители, использующие дифференциальные поправки должны работать по одним и тем же ИСЗ. В этом случае не обеспечивается наилучшее значение PDOP во всех определяемых пунктах.

Метод коррекции навигационных параметров, при использовании которого на базовой станции определяются поправки к измеряемым параметрам (например, псевдодальностям) для всех спутников, которые потенциально могут быть использованы потребителями. Эти поправки передаются на определяемые пункты, где уже непосредственно в GPS - приемнике вычисляются поправки к координатам. Недостатком этого метода является повышение сложности аппаратуры потребителей.

Метод DGPS может быть использован двояко. Если необходимо вычислять координаты в режиме реального времени, то необходим надежный радиоканал для передачи дифференциальных поправок, а в состав GPS - приемника должен входить радиомодем. Если же передача поправок не выполняется, то можно использовать режим постобработки. В этом случае результаты измерений обоих приемников записываются на устройства памяти приемников (например, магнитные карты), а после прекращения измерений накопленная информация обрабатывается специальным ПО и вычисляется точное значение вектора базы.

Передача дифференциальных поправок по радиоканалу может выполняться по выделенным частотным линиям, на частотах любительских радиостанций, по системам спутниковой связи (например, INMARSAT), а также с использованием технологии передачи цифровых данных RDS (Radio Data System) на частотах FM - радиостанций. Причем иногда даже нет необходимости иметь GPS - приемник на базовой станции, поскольку во многих странах уже действует развитая сеть DGPS - станций, постоянно транслирующих поправки на определенную территорию. Например, в прибрежной зоне Северной Америки, Европы, Австралии и Новой Зеландии развернуты сети радиомаяков для морской DGPS - навигации. Американская корпорация DCI (Differential Corrections Inc.) распространяет дифференциальные поправки на всю

континентальную часть США, используя для ретрансляции радиосигналов спутники связи Galaxy. Подобные сети станций действуют и на территориях многих европейских стран.

1.4. Погрешности автономных навигационных систем

Одним из наиболее распространенных является полуаналитический метод построения ИНС. Функционально-кинематическая схема полуаналитической ИНС, построенной на базе трех двухстепенных гироскопов, представлена на рис. 1.1. Рассматриваемая ИНС состоит из двух горизонтальных акселерометров, жестко закрепленных на ГСП. ГСП построена на трех двухстепенных гироскопах с датчиками углов и моментными датчиками. ГСП снабжена двумя стабилизирующими двигателями и синусно-косинусным преобразователем. Посредством ГСП чувствительные оси акселерометров ориентированы желаемым образом в соответствии с выбранной навигационной системой координат. Наиболее значительными преимуществами полуаналитических ИНС являются неограниченная дальность полета ЛА, гироскопы находятся в практическом постоянном гравитационном поле, что позволяет более точно строить математические модели дрейфа ГСП для компенсации последнего.

Погрешности ИНС можно разделить на два типа: методические и инструментальные.

Методические погрешности ИНС обусловлены способом проведения измерений. Обычно основная часть методических погрешностей успешно компенсируется. Например, Кориолисово ускорение.

Предполагается, что опорная система координат $\xi\eta\zeta$ должна материализоваться посредством ГСП, а на самом деле из-за погрешностей оси акселерометров ориентированы по осям (рис. 1.1).

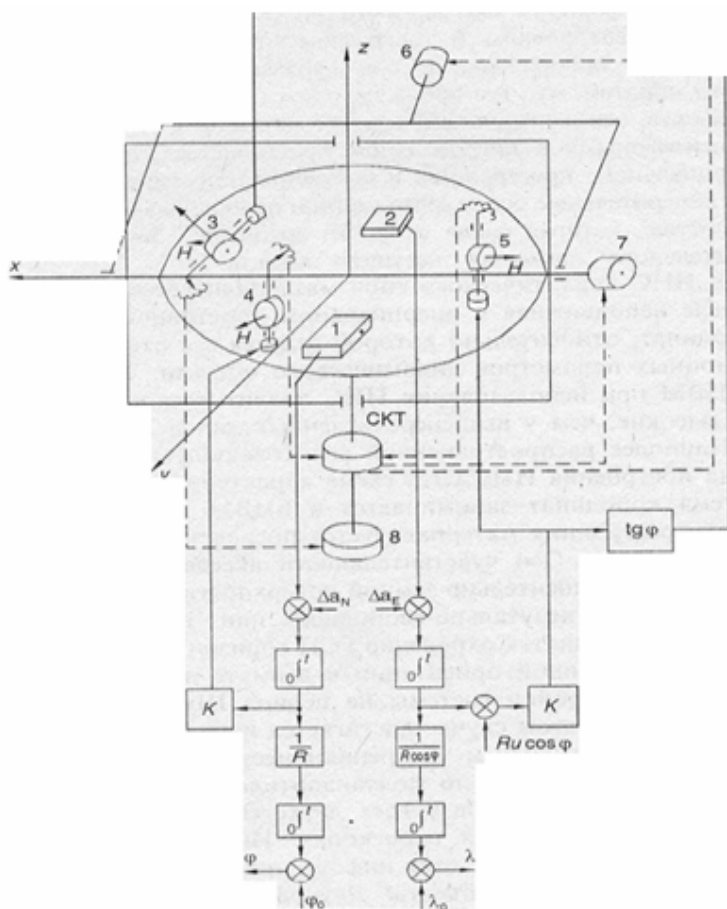


Рис. 1.1. Структурная схема акселерометров ориентированы по осям

На рис. 1.1 введены следующие обозначения:

f_x, f_y, f_z - проекции абсолютной угловой скорости ГСП на ее же оси;

$f_{\xi}, f_{\eta}, f_{\zeta}$ - проекции абсолютной угловой скорости сопровождающего трехгранника на его же оси;

α, β, γ - углы отклонения ГСП относительно опорной системы координат.

Уравнения погрешностей автономной ИНС представляют собой уравнения погрешностей ориентации и уравнения погрешностей горизонтальных акселерометров. Эти уравнения имеют вид (10):

$$\begin{aligned}
 \delta \dot{V}_x &= a_y \psi - g \beta + \left(\frac{V_x}{R} \operatorname{tg} \varphi + 2u \sin \varphi \right) \delta V_y + \frac{V_y}{R} \operatorname{tg} \varphi \cdot \delta V_x \\
 &\quad + \left(\frac{V_x V_y}{R} \sec \varphi + 2V_y u \cos \varphi \right) + \Delta V_x \\
 \delta \dot{V}_y &= g \alpha - a_x \psi - 2 \left(\frac{V_x}{R} \operatorname{tg} \varphi + u \sin \varphi \right) \delta V_x \\
 &\quad + \left(\frac{V_x^2}{R} \sec^2 \varphi + 2V_x u \cos \varphi \right) \delta \varphi + \Delta V_y \\
 \dot{\alpha} - \left(\frac{V_x}{R} \operatorname{tg} \varphi + u \sin \varphi \right) \beta + \left(\frac{V_x}{R} \operatorname{tg} \varphi + u \cos \varphi \right) \psi &= \varepsilon_x - \frac{\delta V_y}{R} \\
 \dot{\beta} + \frac{V_y}{R} \psi + \left(\frac{V_x}{R} \operatorname{tg} \varphi + u \sin \varphi \right) \alpha &= \varepsilon_y + \frac{\delta V_x}{R} - u \sin \varphi \delta \varphi \\
 \dot{\psi} - \left(\frac{V_x}{R} \operatorname{tg} \varphi + u \cos \varphi \right) \alpha - \frac{V_y}{R} \beta &= \varepsilon_z + \frac{\delta V_x}{R} \operatorname{tg} \varphi + \left(u \cos \varphi + \frac{V_x}{R} \sec^2 \varphi \right) \delta \varphi \\
 \delta \dot{\varphi} &= -\frac{\delta V_y}{R} \\
 \delta \dot{\lambda} &= \frac{\delta V_x}{R \cos \varphi} + \frac{V_x \operatorname{tg} \varphi}{R \cos \varphi} \delta \varphi
 \end{aligned} \tag{1.3.1}$$

где a_x, a_y - составляющие ускорения ЛА;

$\delta V_x, \delta V_y$ - составляющие погрешности в определении путевой скорости ЛА; V_x, V_y - составляющие путевой скорости;

$\Delta V_x, \Delta V_y$ - инструментальные погрешности горизонтальных акселерометров; U - скорость вращения Земли;

φ, ψ - широта и азимут местоположения; $\delta \varphi, \delta \psi$ - погрешность определения системой широты и азимута ЛА;

R - радиус Земли; g - ускорения силы тяжести;

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ - проекции скорости дрейфа ГСП на ее же оси.

На практике для разработки алгоритмического обеспечения, как правило, используются упрощенные уравнения погрешностей автономных ИНС. Например такие уравнения могут иметь вид:

$$\begin{aligned}
 \dot{\delta V}_x &= a_y \psi - g \beta + \Delta \dot{V}_x \\
 \dot{\delta V}_y &= g \alpha - a_x \psi + \Delta \dot{V}_y \\
 \dot{\alpha} &= \varepsilon_x - \frac{\delta V_y}{R} + f_z \beta - f_y \psi \\
 \dot{\beta} &= \varepsilon_y + \frac{\delta V_y}{R} - f_x \alpha + f_x \psi \\
 \dot{\psi} &= \varepsilon_z + \frac{\delta V_x}{R} \operatorname{tg} \varphi + f_y \alpha - f_x \beta \\
 \dot{\varepsilon}_x &= -\mu \varepsilon_x + \omega_x(t) \\
 \dot{\varepsilon}_y &= -\mu \varepsilon_y + \omega_y(t) \\
 \dot{\varepsilon}_z &= -\mu \varepsilon_z + \omega_z(t)
 \end{aligned} \tag{1.3.2}$$

Здесь $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ - возмущающие внешние воздействия,

μ - средняя частота случайного изменения дрейфа.

Последние три уравнения представляют собой формирующие фильтр, т.е. математическую модель описывающую изменение скорости дрейфа ГСП.

В матричной форме уравнения (1.3.2) имеют вид:

$$\dot{x} = Ax + w \tag{1.3.3}$$

где

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -g & a_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g & 0 & -a_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R} & 0 & f_z & -f_y & 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{R} & 0 & -f_z & 0 & f_x & 0 & 1 & 0 \\ \frac{tg\varphi}{R} & 0 & f_y & -f_x & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu \end{bmatrix}$$

$$x = \delta V_x \quad \delta V_y \quad \alpha \quad \beta \quad \psi \quad \varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z$$

$$w = \Delta \dot{V}_x \quad \Delta \dot{V}_y \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \omega_x(t) \quad \omega_y(t) \quad \omega_z(t)$$

В дискретной форме, пренебрегая f_x, f_y, f_z в силу их малости, а также инструментальными погрешностями акселерометров получим:

$$x_k = \Phi x_{k-1} + w_{k-1}$$

$$x_k = \begin{bmatrix} \delta V_{xk} & \delta V_{yk} & \alpha_k & \beta_k & \psi_k & \varepsilon_{xk} & \varepsilon_{yk} & \varepsilon_{zk} \end{bmatrix}^T$$

$$w_{k-1} = \begin{bmatrix} B_x & B_y & 0 & 0 & 0 & w_{xk-1} & w_{yk-1} & w_{zk-1} \end{bmatrix}^T$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -gT & f_y T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & gT & 0 & -f_x T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{T}{R} & 1 & 0 & 0 & T & 0 & 0 \\ \frac{T}{R} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & T & 0 \\ \frac{T}{R} tg\varphi & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-\mu T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-\mu T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-\mu T \end{bmatrix} \quad (1.3.4)$$

$\delta V_x, \delta V_y$ - ошибки ИНС в определении скорости;

$\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$ - углы отклонения ГСП относительно сопровождающего трехгранника; $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ - скорости дрейфов ГСП; φ - широта местоположения; R - радиус Земли; g - ускорение силы тяжести;

f_x, f_y - горизонтальные ускорения объекта, на котором установлена ИНС; V_x, V_y - смещение нулей акселерометров.

Пренебрегая перекрестными связями, можно записать уравнения ошибок ИНС отдельно для каждого информационного канала.

Уравнение ошибок ИНС в этом случае для одного из горизонтальных информационных каналов будут иметь вид:

$$x_k = \Phi x_{k-1} + G W_{k-1}$$

Где:

$$x_k = \begin{bmatrix} \delta V_k \\ \varphi_k \\ \varepsilon_k \end{bmatrix}, \quad \Phi = \begin{bmatrix} 1 & -gT & 0 \\ \frac{T}{R} & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 - \beta T \end{bmatrix} \quad (1.3.5)$$

$$W_{k-1} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ \omega_{k-1} \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} T & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & AT \sqrt{2\beta} \end{bmatrix}$$

Систему (1.3.4) можно представить в следующем виде:

$$x_k = \Phi x_{k-1} + W_{k-1} \quad (1.3.6)$$

Таким образом, получены уравнения ошибок ИНС в дискретной форме, которые используются в дальнейшем при разработке алгоритмов.

Инструментальные погрешности можно разделить на погрешности акселерометров, интеграторов, гироскопов и ошибки выставки ГСП. Рассматривая реакцию автономной ИНС на определенные возмущающие факторы можно сделать выводы о характере погрешностей ИНС.

Погрешность ИНС в определении пройденного пути, обусловленная смещением нуля акселерометра представляет собой колебания с периодом Шулера. В случае, когда погрешность акселерометра изменяется пропорционально времени работы последнего, погрешность ИНС можно представить в виде нарастающей с течением времени составляющей и наложенной на нее синусоидальной составляющей.

Погрешность ИНС в определении пройденного пути, обусловленная погрешностями первого интегратора представляет собой синусоидальные колебания с частотой Шулера.

Доминирующее влияние на суммарную погрешность ИНС в определении пройденного пути оказывает скорость дрейфа гироскопов. Систематическая скорость дрейфа гироскопов вызывает нарастающую со временем составляющую погрешности ИНС, а также колебательную составляющую с периодом Шулера.

Нарастающая с течением времени скорость дрейфа обуславливает появление погрешности ИНС, которую также можно представить в виде двух составляющих. Первая составляющая изменяется пропорционально квадрату времени функционирования ИНС, а вторая составляющая совершает колебания с периодом Шулера.

Погрешность ИНС, обусловленная неточностью выставки ГСП относительно плоскости горизонта представляет собой синусоидальные колебания с периодом Шулера.

Суммарная погрешность ИНС в определении местоположения ЛА, обусловленная вышеперечисленными факторами нарастает с течением времени. При функционировании ИНС на достаточно длительных интервалах времени погрешности могут достигать недопустимо больших величин. Поэтому необходимо корректировать ИНС посредством различных источников внешней

навигационной информации, либо компенсировать погрешности с использованием внутренних связей системы.

Алгоритмы компенсации погрешностей автономных ИНС за счет внутренних связей системы широко известны, применяются и детально разработаны. ИНС, снабженные подобными алгоритмами, имеют остаточные погрешности, вызванные различными возмущающими факторами, соизмеримые с погрешностями, которые обусловлены динамическим дрейфом ГСП.

Поэтому необходимо разработать метод компенсации динамических погрешностей автономной ИНС и по возможности остаточных погрешностей после компенсации с помощью известных алгоритмов.

Таким образом, в случае, когда полетное задание предполагает автономный полет, ставится задача разработки методов коррекции ИНС посредством только внутренней информации.

Глава 2. АЛГОРИТМИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ АВТОНОМНЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ

2.1 Методы компенсации динамических погрешностей автономных ИНС

Коррекция ИНС от внешних источников информации с применением различных алгоритмов позволяет существенно снизить погрешности получаемой навигационной информации. В качестве примера использования алгоритмов для коррекции навигационной информации рассмотрим БИНС с внешним источником информации, в качестве которого применяется СНС.

Для наиболее полной компенсации погрешностей в выходной информации необходимо предварительно оценить ошибки БИНС. Оценить ошибки возможно, воспользовавшись алгоритмами оптимального оценивания. Алгоритм оценивания вычисляет все оценки ошибок БИНС, поддающиеся наблюдению.

Входным сигналом для алгоритма оценивания является разность в измерении скорости с помощью БИНС и СНС. Ошибки БИНС составляют вектор состояния системы и включают ошибки по скорости, по углу и дрейф гироскопов, а ошибки СНС представляют собой измерительный шум.

После обработки измерений на выходе алгоритма оценивания получаем оценку вектора состояния, т.е. оценку всех наблюдаемых ошибок БИНС. Далее оценка ошибок БИНС алгебраически вычитается из выходного сигнала БИНС, состоящего из достоверной информации о скорости и местоположении объекта и ошибок БИНС. Тем самым компенсируются в выходном сигнале ошибки БИНС в определении навигационных параметров [4,5].

Оценку ошибок БИНС можно использовать в регуляторе для компенсации ошибок по скорости, по углу и дрейфу гироскопов в

структуре БИНС, уменьшая тем самым амплитуду колебаний ошибок и улучшая качество переходного процесса.

Схема подключения к БИНС алгоритма оценивания (АО) представлена на рис. 2.1

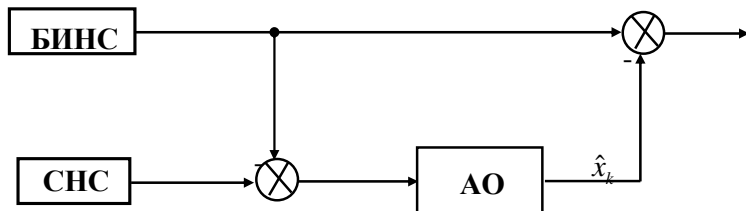


Рис. 2.1. Схема подключения к ИНС алгоритма оценивания.

Применение схемы (рис. 2.1) предполагает использование нерасходящихся высокоточных алгоритмов оценивания и управления, требующих малого объема машинной памяти, которые легко могут быть реализованы на БЦВМ.

2.2. Метод формирования измерений для компенсации погрешностей автономной ИНС

Современные инерциальные навигационные системы (ИНС), состоящие из акселерометров, расположенных на гиростабилизированной платформе (ГСП), имеют погрешности, обусловленные, в основном, дрейфом гироприборов. Одной из причин появления дрейфа гироскопов являются перекрестные угловые скорости, возникающие при совершении объектом, на котором установлена ИНС, сложного движения.

Наиболее полная компенсация погрешностей системы возможна посредством алгоритма линейной фильтрации с использованием внешнего источника информации. Однако ИНС, корректируемая от внешнего датчика информации, теряет такое свое ценное качество, как автономность.

Компенсация ошибок ИНС посредством методов линейной фильтрации без использования внешних измерений известна только для случая движения несущего ИНС объекта с постоянной скоростью [12]. При этом в качестве уравнений объекта в алгоритме фильтрации используются уравнения ошибок автономной ИНС, а сигналы с акселерометров в условиях движения объекта с постоянной скоростью принимаются за измерения. В практических приложениях объект совершает, как правило, сложное ускоренное движение, поэтому использовать этот подход для компенсации ошибок не представляется возможным. Повысить точность выходной информации ИНС, используя только внутренние связи, можно не накладывая ограничений на режим полета объекта.

Компенсация ошибок ИНС предполагает формирование сигналов коррекции, пропорциональных ошибкам системы в определении скорости, углам отклонения ГСП относительно сопровождающего трехгранника и дрейфам ГСП. Эти ошибки автономной ИНС в отсутствии внешнего датчика информации не поддаются непосредственному измерению, поэтому для формирования компенсационного сигнала необходимо оценить ошибки системы с помощью алгоритма фильтрации. В качестве уравнений объекта в алгоритме фильтрации приняты уравнения ошибок ИНС, выраженные через углы отклонения ГСП относительно опорной системы координат, а в качестве измерений можно принять углы отклонения ГСП от плоскости горизонта и заданного направления в азимуте, сформированные на основе информации, снимаемой с датчиков углов прецессии гироскопов. Рассмотрим способ формирования измерений подробнее.

Движения гироскопов относительно ГСП описывается следующей системой уравнений [5]:

$$\begin{aligned}
J\ddot{\delta} + h\dot{\delta} + H\dot{\Phi}_1 &= H\dot{\Phi}_2\delta + H\dot{\Phi}_3\Phi_2 + M_1 \\
J\ddot{\lambda} + h\dot{\lambda} + H\dot{\Phi}_2 &= H\dot{\Phi}_1\lambda - H\dot{\Phi}_3\Phi_1 + M_2 \\
J\ddot{\vartheta} + h\dot{\vartheta} + H\dot{\Phi}_3 &= H\dot{\Phi}_2\vartheta - H\dot{\Phi}_1\Phi_2 + M_3
\end{aligned} \tag{2.2.1}$$

где Φ_1, Φ_2, Φ_3 - угловые координаты ориентации ГСП относительно выбранного сопровождающего трехгранника; $\delta, \lambda, \vartheta$ - углы прецессии гироскопов; J - момент инерции гироскопа относительно оси прецессии; H - собственный кинетический момент гироскопа; h - удельный момент сил скоростного трения вокруг оси прецессии гироскопа; $M(i=1,2,3)$ - прочие малые возмущающие моменты, имеющие случайный характер, и в дальнейшем не рассматриваемые. Уравнения движения гироскопов в первом приближении можно представить в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned}
J\ddot{\delta} + h\dot{\delta} + H\dot{\Phi}_1 &= 0 \\
J\ddot{\lambda} + h\dot{\lambda} - H\dot{\Phi}_2 &= 0 \\
J\ddot{\vartheta} + h\dot{\vartheta} + H\dot{\Phi}_3 &= 0
\end{aligned} \right\} \tag{2.2.2}$$

Учитывая, что углы прецессии непосредственно измеряются датчиками углов гироскопов, углы ориентации ГСП в первом приближении определяются следующим образом:

$$\begin{aligned}
\Phi_1 &= -\frac{1}{H} \int (J\ddot{\delta} + h\dot{\delta}) dt \\
\Phi_2 &= \frac{i}{H} \int (J\ddot{\lambda} + h\dot{\lambda}) dt \\
\Phi_3 &= -\frac{1}{H} \int (J\ddot{\vartheta} + h\dot{\vartheta}) dt
\end{aligned} \tag{2.2.3}$$

Подставим выражения первого приближения в исходную систему (2.2.1) и определим углы ориентации ГСП во втором приближении

$$\begin{aligned}
\Phi_1 &= -\frac{J_r}{H} \dot{\delta} - \frac{h}{H} \delta + \frac{1}{H} \int \left[(J_r \ddot{\lambda} + h \dot{\lambda}) \delta - \frac{1}{H} (J_r \ddot{\vartheta} + h \dot{\vartheta}) (J_r \dot{\lambda} + h \lambda) \right] dt \\
\Phi_2 &= \frac{J}{H} \dot{\lambda} + \frac{h}{H} \lambda + \frac{1}{H} \int \left[(J \ddot{\delta} + h \dot{\delta}) \lambda + \frac{1}{H} (J \ddot{\vartheta} + h \dot{\vartheta}) (J \dot{\delta} + h \delta) \right] dt \\
\Phi_3 &= -\frac{J}{H} \dot{\vartheta} - \frac{h}{H} \vartheta + \frac{1}{H} \int \left[(J \ddot{\lambda} + h \dot{\lambda}) \vartheta + \frac{1}{H} (J \ddot{\delta} + h \dot{\delta}) (J \dot{\lambda} + h \lambda) \right] dt
\end{aligned}
\tag{2.2.4}$$

Таким образом, получены формализованные зависимости углов ориентации ГСП от углов прецессии гироскопов. Сформированные в соответствии с формулами (2.2.4) углы ориентации можно использовать в алгоритме оценивания в качестве измерения.

Однако следует заметить, что полученные углы Φ_1 , Φ_2 , Φ_3 несколько отличаются от истинных углов ориентации ГСП. Отличие обусловлено тем, что подынтегральные функции получены методом последовательного приближения. Углы ориентации ГСП в третьем приближении будут содержать в подынтегральных функциях члены третьего порядка малости, количественная роль которых столь незначительна, что их, как правило, не учитывают и ограничиваются вычислением углов ориентации ГСП только во втором приближении. Таким образом, используя информацию с датчиков углов гироскопов, можно непрерывно вычислять углы ориентации ГСП.

В качестве алгоритма оценивания необходимо использовать адаптивный алгоритм, способный функционировать в отсутствие априорной информации о статистических характеристиках входных и измерительных шумов. Такая необходимость обусловлена тем, что в практических приложениях ковариационная матрица входных шумов, включающая смещение нуля и дрейф акселерометров, дрейф гироскопов, как правило, неизвестна. Априорная ковариационная матрица измерительного шума включает дисперсии ошибок формирования углов отклонения ГСП, обусловленных принятыми приближениями, также неизвестна.

Представленный адаптивный фильтр по сформированным измерениям восстанавливает весь вектор состояния, включающий ошибки ИНС в определении скорости, углы отклонения и дрейфы ГСП. Оценка вектора состояния используется для компенсации погрешностей ИНС в выходной информации.

Предложенный метод компенсации ошибок ИНС позволяет в достаточной степени компенсировать погрешности системы, не используя внешний источник информации, т.е. сохраняя автономность системы. В известных методах компенсации ошибок ИНС как автономной, так и корректируемой от внешнего источника информации с применением алгоритмов фильтрации, компенсация азимутального отклонения ГСП относительно сопровождающего трехгранника не производится. Обусловлено это тем, что по измерениям положения или скорости азимутальное положение объекта является ненаблюдаемым. Разработанный способ формирования измерений для алгоритма фильтрации дает возможность оценить азимутальный угол отклонения ГСП и скомпенсировать его в выходной информации ИНС.

Применение предложенного метода компенсации ошибок ИНС позволяет значительно повысить точность выходной информации о навигационных параметрах объекта.

Наиболее полная компенсация ошибок ИНС производится с использованием методов линейной фильтрации. Однако компенсацию погрешностей ИНС можно осуществить, используя только внутренние связи системы и модель ошибок ИНС. Формирование компенсационных сигналов по-прежнему предполагается проводить на основе информации с датчиков углов гироскопов.

Компенсационные сигналы, пропорциональные возмущающим моментам, подаются на моментные датчики гироскопов или учитываются в выходной информации системы. При

компенсации ошибок ИНС в выходной информации необходимо сформировать сигналы, пропорциональные углам отклонения ГСП относительно сопровождающего трехгранника и ошибкам ИНС в определении скорости. Углы отклонения ГСП относительно сопровождающего трехгранника определяются посредством интегрирования выражений для его угловых скоростей, полученных в первом приближении.

Погрешности ИНС в определении скорости формируются в соответствии с уравнениями ошибок ИНС [8,10] следующим образом:

$$\begin{aligned}\delta V_x &= \int (-g\Phi_1 + f_y\Phi_3)dt \\ \delta V_y &= \int (g\Phi_2 + f_x\Phi_3)dt\end{aligned}\tag{2.2.5}$$

где f_x, f_y - проекции абсолютного ускорения ЛА на оси ГСП.

В уравнениях (2.2.5) углы отклонения ГСП относительно сопровождающего трехгранника определяются выражениями (2.2.3) или (2.2.4), а проекции горизонтального абсолютного ускорения ЛА на оси ГСП измеряются непосредственно акселерометрами.

Этот метод отличается меньшей точностью. Относительно низкая точность компенсации обусловлена тем, что сформированные углы отклонения платформы не адекватны истинным углам ее отклонения относительно сопровождающего трехгранника. К преимуществам предложенного метода формирования компенсационного сигнала следует отнести значительно меньший объем машинной памяти, необходимый для реализации компенсационных ошибок.

Таким образом, получены сигналы, позволяющие компенсировать ошибки ИНС в выходной информации. Эти сигналы легко реализуемы на борту ЛА в БЦВМ.

Компенсационные сигналы представляют собой зависимости углов отклонения и дрейфов ГСП, а также ошибок ИНС в определении скорости от углов прецессии гироскопов.

Применение предложенного способа компенсации ошибок ИНС позволяет значительно повысить точность выходной информации о навигационных параметрах ЛА.

Представленные алгоритмы позволяют повысить точность навигационной информации как в автономном режиме функционирования ИНС так и при коррекции от внешних измерителей.

Алгоритм фильтра Калмана из-за своей кажущейся простоты и легкости реализации является основным средством обработки измерений в навигационных системах, использующих спутниковый метод определений. Для установления весов поступающих измерительных данных требуются статистические характеристики их ошибок, а также уравнения, предоставляющие связь переменных, определяющих текущее состояние системы, с измерениями и между собой. Фильтр Калмана является инструментом, позволяющим на основе математической модели системы построить оптимальные оценки переменных по выполненным измерениям. К достоинствам алгоритма следует отнести его рекуррентную природу, эффективно проявляющуюся при работе в реальном времени.

Использование фильтра Калмана для коррекции ИНС ЛА затруднительно из-за отсутствия априорной информации о входных и измерительных шумах. Применение адаптивного фильтра позволяет существенно повысить точность навигационных определений ЛА. В автономном режиме коррекция осуществляется путем использования адаптивного алгоритма для которого сформированы измерительные сигналы на основе сигналов с датчиков углов прецессии.

Глава 3. АЛГОРИТМЫ ОЦЕНИВАНИЯ ДЛЯ КОРРЕКЦИИ АВТОНОМНЫХ ИНС

3.1. Оптимальный фильтр Калмана

Для перехода к построению оптимального фильтра Калмана напомним постановку и решение задачи оптимальной фильтрации в смысле Н. Винера.

Многомерная система определяется как система с l - входами и n - выходами, которые связаны посредством матричной импульсной переходной функции (МИПФ) $K(t, \tau)$. Пусть $Y(t)$ - l - мерный вектор входа фильтра, $\hat{X}(t)$ - n - мерный вектор выхода. Тогда связь между векторами $\hat{X}(t)$ и $Y(t)$ определяется интегралом:

$$\hat{X}(t) = \int_{t_0}^t K(t, \tau) Y(\tau) d\tau \quad (3.1.1)$$

$$\hat{X}(t_0) = 0$$

Пусть $Y(t)$ - действительный случайный процесс с нулевым математическим ожиданием и корреляционной функцией $R_{yy}(t, \tau)$. Обозначим норму производной квадратной матрицы B через $\|B\|$ и определим ее следующим образом:

$$\|B\| = \sqrt{\text{tr}(BB^T)} \quad (3.1.2)$$

Пусть на вход многомерного фильтра поступает искаженный сигнал как сумма полезного сигнала $M(t)$ и помехи $N(t)$, т.е.

$$Y(t) = M(t) + N(t) \quad (3.1.3)$$

где $M(t)$ и $N(t)$ - l - мерные векторы с известными корреляционными функциями $R_{MM}(t, \tau)$ и $R_{NN}(t, \tau)$.

Предположим, что существует идеальный выход $X(t)$ некоторой системы, который определяет желаемый выход и связан с полезным сигналом соотношением

$$X(t) = \int_{t_0}^t K_{ИД}(t, \tau) \times M(\tau) d\tau \quad (3.1.4)$$

где $K_{ИД}(t, \tau)$ - МИПФ идеальной системы. Рассмотрим вектор ошибок

$$X_{\sigma}'(t) = X(t) - \hat{X}(t) \quad (3.1.5)$$

Задача состоит в том, чтобы выбрать такую физическую реализуемую матричную ИПФ $K^*(t, \tau)$, чтобы математическое ожидание квадрата нормы ошибок было минимальным

$$M \left\{ \|X_{\sigma}(t)\|^2 \right\} = \min_{K(t, \tau)} \quad (3.1.6)$$

где $K(t, \tau) = 0$ для $t < \tau$, а норма имеет вид (3.1.2)

В зависимости от того, какая задача стоит: прогнозирования, фильтрации или сглаживания, определяется МИПФ идеальной системы. В задаче фильтрации $X(t) = M(t)$, т.е. $K_{ид}(t, \tau) = I \cdot \delta(t - \tau)$. При такой постановке задачи минимум среднеквадратичной ошибки (3.1.6) определяется МИПФ $K^*(t, \tau)$, получаемой из обобщенного уравнения Винера - Хопфа для многомерных систем:

$$R_{MY}(t, \tau) = \int_0^t K^*(t, s) \cdot R_{YY}(s, \tau) ds \quad (3.1.7)$$

Известно, что если на вход системы поступает случайный сигнал $Y(t)$, являющийся стационарным случайным процессом, оптимальную матричную передаточную функцию $K^*(s)$ многомерного фильтра можно получить факторизацией рациональной матрицы спектральных плотностей.

Итак, постановка задачи фильтрации по Колмогорову - Винеру такова:

- Заданы взаимно не коррелированные случайные процессы в виде функций времени $m(t)$ и $n(t)$ с корреляционными функциями $R_{mm}(\tau)$,

$R_{mm}(\tau)$, спектральные плотности $S_{mm}(\omega)$ и $S_{nn}(\omega)$; $m(t)$ и $n(t)$ - стационарные, эргодические [6], центрированные случайные функции.

- Требуется найти ИФП $k^*(\tau)$ фильтра, оптимальным образом выделяющего реализацию случайного процесса $m(t)$ в виде некоторого сигнала $X(t)$ в условиях, когда на его вход поступает аддитивная смесь $m(t)+n(t)$.
- Критерием оптимальности является минимум СКО

$$\sigma(t) = m(t) - X(t), \text{ т.е. } M[\sigma^2(t)] = \sigma^2 = \min$$

$$R_{Ym}(\tau) = \int_0^{\infty} k^*(u) \cdot R_{YY}(\tau - u) du \quad \text{при } \tau \geq 0 \quad (3.1.8)$$

т.к. $R_{YY}(\xi) = R_{YY}(-\xi)$, причем $R_{YY}(\tau)$ - корреляционная функция сигнала $Y(t) = m(t) + n(t)$, определяется по формуле

$$R_{YY}(\tau) = R_{mm}(\tau) + R_{nn}(\tau) \quad (3.1.9)$$

$R_{Ym}(\tau)$ - взаимная корреляционная функция сигнала на входе $Y(t)$ и полезного входного сигнала $m(t)$.

После преобразования по Фурье:

$$S_{Ym}(s) |_{s=j\omega} = W^*(s) S_{YY}(s) |_{s=j\omega} \quad (3.1.10)$$

откуда найдем

$$W^*(j\omega) = \frac{S_{Ym}(j\omega)}{S_{YY}(j\omega)} - \text{оптимальная ПФ} \quad (3.1.11)$$

$$k^*(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W^*(j\omega) e^{j\omega\tau} d\omega - \text{оптимальная ИФП} \quad (3.1.12)$$

В случае же нестационарного случайного процесса решение интегрального уравнения Вольтера 1-го рода (3.1.7) даже для скалярного случая представляет серьезные трудности, не говоря уже о векторном. Калман в своих работах модифицировал постановку задачи многомерной фильтрации Винера, придав ей форму проблемы пространства состояния. В результате такой модификации был получен фильтр Калмана, осуществляющий процедуру

рекурсивного оценивания, когда подлежащий оцениванию сигнал является выходным сигналом линейной нестационарной динамической системы.

Пусть входной случайный процесс фильтра $Y(t)$ является зашумленным выходом формирующего фильтра, описываемого следующим уравнением:

$$X^*(t) = A(t)X(t) + G(t)N_1(t) \quad (3.1.13)$$

$X(t_0) = X^0$ - случайный вектор начальных условий, где $N_1(t)$ - гауссовский белый шум с статистическими характеристиками:

$$M\{N_1(t)\} = 0, R_{N_1 N_1}(t, \tau) = S_1(t) \delta(t - \tau) \quad (3.1.14)$$

$S_1(t)$ - положительно определенная симметричная матрица интенсивности. Предполагаем отсутствие корреляции между шумом $N_1(t)$ и вектором X^0 , т.е.

$$M\{X^0 N_1^T(t)\} = 0 \quad (3.1.15)$$

Известна дисперсия начального состояния вектора $X(t)$:

$$D_{00} = M\{(X^0 - \bar{X}^0)(X^0 - \bar{X}^0)^T\} \quad (3.1.16)$$

где $\bar{X}^0 = M\{X^0\} = 0$.

Дополним условия (3.1.13) - (3.1.16) матричным алгебраическим уравнением выхода измерений:

$$Y(t) = C(t)X(t) + N_2(t) \quad (3.1.17)$$

где $N_2(t)$ - гауссовский белый шум с характеристиками:

$$M\{N_2(t)\} = 0, R_{N_2 N_2}(t, \tau) = S_2(t) \delta(t - \tau) \quad (3.1.18)$$

Причем сигналы $N_1(t)$ и $N_2(t)$, а также $X(t)$ и $N_2(t)$ некоррелированы.

Предполагаем по-прежнему, что шум $N_1(t)$ модели источника сообщений и $N_2(t)$ шум измерений являются некоррелированными белыми гауссовыми шумами. Тогда решение задачи оптимального фильтра с несмещенной оценкой и минимальной среднеквадратичной ошибкой получается путем выбора матрицы коэффициентов

$$K_{\phi}^*(t) = D_{\sigma\sigma}(t)C^T(t)S_2^{-1}(t) \quad t \geq t_0 \quad (3.1.19)$$

для дифференциального уравнения оптимального фильтра:

$$\hat{X}^* = [A(t) - K_{\phi}^*(t)C(t)]X + K_{\phi}^*(t)Y(t) \quad (3.1.20)$$

с начальным условием $\hat{X}(t_0) = \bar{X}(t_0)$

а $D_{\sigma\sigma}(t)$ - решение матричного уравнения Риккати с начальным условием $D_{\sigma\sigma}(t_0) = D_{00}$

$$\begin{aligned} D_{\sigma\sigma}^*(t) = & A(t) \cdot D_{\sigma\sigma}(t) + D_{\sigma\sigma}(t) \cdot A^T(t) + G(t) \cdot S_1(t) \cdot G^T(t) \\ & - D_{\sigma\sigma}(t) \cdot C^T(t) \cdot S_2^{-1}(t) \cdot C(t) \cdot D_{\sigma\sigma}(t) \end{aligned}$$

Рассмотрим дискретное линейное уравнение, описывающее динамический объект, например, изменение погрешностей ИНС (6).

$$x_{k+1} = \Phi_{k+1, k} x_k + G_{k+1, k} W_k \quad (3.1.21)$$

где x_k - n -вектор состояния; W_k - r -вектор входного возмущения; $\Phi_{k+1, k}$ - $(n \times n)$ -матрица объекта; $G_{k+1, k}$ - $(n \times r)$ -матрица входа.

Входные возмущения предполагаются r -мерным дискретным аналогом гауссового белого шума с нулевым математическим ожиданием и известной ковариационной матрицей: $M(W_j W_k^T) = Q_k \delta_{j,k}$, где Q_k - неотрицательно определённая матрица размерности

$(r \times r)$; $\delta_{j,k}$ - символ Кронекера, означающий $\delta_{j,k} = \begin{cases} 1, \text{если } j=k \\ 0, \text{если } j \neq k \end{cases}$

Часть вектора состояния измеряется:

$$z_{k+1} = H_{k+1} x_{k+1} + V_{k+1} \quad (3.1.22)$$

Здесь z_{k+1} - m -вектор измерений; V_{k+1} - m -вектор ошибок измерения; $H_{k+1, k}$ - $(m \times n)$ -матрица измерений. Ошибки измерений предполагаются m -мерным дискретным аналогом гауссового белого шума, для которого $M(V_{k+1}) = 0$,

$$M(V_j V_{k+1}^T) = R_{k+1} \delta_{j, k+1}; \quad (3.1.23)$$

где R_{k+1} - неотрицательно определённая матрица размерности $(m \times m)$.

Ошибки измерения (иначе измерительный шум) и входные возмущения (иначе входной шум) некоррелированы:

$$M(V_j W_k^T) = 0 \text{ при любых } j \text{ и } k \quad (3.1.24)$$

Начальное значение вектора состояния полагаем гауссовым случайным вектором с нулевым математическим ожиданием, независимым от входных возмущений ошибок измерений: $M(x_0 W_k^T) = 0$; $M(x_0 V_{k+1}^T) = 0$ для любого k .

Ковариационная матрица $M(x_0 x_0^T) = P_0$ представляет собой неотрицательно определённую матрицу размерности $(n \times n)$.

На основе математического ожидания объекта и априорной информации о статистических характеристиках входных и измерительных шумов и, осуществляя измерения части вектора состояния, требуется оценить вектор состояния так, чтобы функционал J принимал минимальное значение.

$$j_k = M[(x_k - \hat{x}_k)^T (x_k - \hat{x}_k)] = \min \quad (3.1.25)$$

Здесь x_k - оценка вектора состояния.

Оптимальная оценка вектора состояния определяется из уравнения вида (3.1.22):

$$\hat{x}_{k+1} = \Phi_{k+1,k} \hat{x}_k + K_{k+1} v_k \quad (3.1.26)$$

где K_{k+1} - $(n \times m)$ -матрица усиления фильтра;

$v_{k+1} = z_{k+1} - H_{k+1,k} \Phi_{k+1,k} \hat{x}_k$ - обновляемая последовательность.

Уравнение (3.1.26) имеет следующий физический смысл. На основе оценки вектора состояния и матрицы объекта производится прогноз для следующего шага вычисления оценки. Одновременно производится коррекция этого прогноза посредством использования обновляемой последовательности. Обновляемая последовательность представляет собой сумму ошибки прогноза и измерительного шума.

Матрица усиления фильтра определяет вес, с которым входит обновляемая последовательность в оценку вектора состояния. В случае проведения идеальных измерений, т.е. когда измерительный шум

отсутствует, матрица усиления выбирается максимальной. Чем больше измерительный шум, тем с меньшим весом учитывается обновляемая последовательность при формировании оценки вектора состояния.

Фильтр Калмана имеет вид:

$$\begin{aligned}\hat{x}_{k+1} &= \Phi_{k+1, k} \hat{x}_k + K_{k+1} V_{k+1} \\ P_{(k+1)/k} &= \Phi_{k+1, k} P_k \Phi_{k+1, k}^T + Q_k \\ K_{k+1} &= P_{(k+1)/k} H_{k+1}^T (H_{k+1} P_{(k+1)/k} H_{k+1}^T + R_{k+1})^{-1} \\ P_{k+1} &= (I - K_{k+1} H_{k+1}) P_{(k+1)/k}\end{aligned}\quad (3.1.27)$$

Здесь $P_{(k+1)/k}$ - априорная ковариационная матрица ошибок оценивания; P_{k+1} - апостериорная ковариационная матрица ошибок оценивания. При помощи фильтра Калмана осуществляется не только восстановление всего вектора состояния системы, но и подавляется влияние измерительного шума.

Начальными условиями на каждом новом цикле алгоритма служат оценка состояния системы и величина, характеризующая ее погрешность. В случае скалярной переменной такой характеристикой является дисперсия, которая тем больше, чем сильнее разброс индивидуальных значений относительно истинного. Распространенная оценка дисперсии - среднеквадратическое отклонение, то есть квадрат стандартного отклонения, - выражает степень разброса величины относительно среднего. Обобщением дисперсии для вектора, то есть совокупности скалярных величин, служит ковариационная матрица. Ее диагональные элементы являются дисперсиями соответствующих составляющих вектора, а недиагональные - ковариациями, характеризующими взаимосвязь между парой составляющих. Совокупность измерений, отнесенных к каждому из моментов времени, обобщает вектор измерений. Алгоритм последовательно обрабатывает вновь поступающие векторы измерений, учитывая при этом значения, вычисленные на предшествующем цикле. Эта особенность отличает алгоритм

фильтра Калмэна от нерекуррентных алгоритмов, которым для работы требуется хранить весь массив обрабатываемых данных. На следующем шаге с помощью обрабатываемых на данном цикле измерений уточняются начальные условия. Для этого алгоритм вычисляет вес поправок к ним на основе ковариационных матриц оценки состояния и измерений. Чем меньшей погрешностью характеризуются измерения по сравнению с оценкой состояния системы, тем больший вес они получают. Относительные веса неизвестных, определяющих вектор состояния системы, зависят от степени их влияния на вектор измерений: больший вес получают те переменные, вклад которых в измерения больше.

Уточнение начальных условий на основе поступивших на данном цикле измерений, в общем случае, приводит к уменьшению неопределенности в оценке состояния системы. Исправленные таким образом начальные условия и являются выходными данными фильтра Калмэна на каждом цикле. На заключительном этапе работы алгоритма происходит подготовка к поступлению нового вектора измерений. На основе заданного линейного преобразования, связывающего последующий вектор состояния с предыдущим, прогнозируется оценка состояния системы, отнесенная к моменту следующего измерения. При построении ковариационной матрицы прогнозируемого вектора состояния фильтром Калмана учитывается возможность искажения модели, описывающей поведение системы, некоторым случайным процессом с известными статистическими параметрами. Поскольку конкретные значения возмущающего эффекта не могут быть известны, данное обстоятельство способствует повышению неопределенности прогноза. По мере последовательной обработки новых измерений происходит накопление фильтром полезной информации, поэтому если элементы вектора состояния уверенно выражаются через измеренные величины, то суммарная погрешность оценок, как

правило, должна снижаться. Однако поскольку вместе с улучшением точности оценок на этапе их уточнения имеет место ее снижение при построении прогноза, то эти тенденции, компенсируя друг друга, в последствии приведут к стабилизации неопределенности, характеризующей оценку состояния системы. В случае отсутствия фактора, вносящего возмущения в процесс перехода системы из одного состояния в другое, погрешность оценок в итоге достигнет нуля. Изменяющаяся в процессе работы алгоритма степень неопределенности оценки состояния системы влечет за собой и изменение весов, вычисляемых на втором шаге; данное обстоятельство выделяет фильтр Калмана как алгоритм с переменными весами.

Традиционные методы оценивания предполагают использование полной математической модели исследуемого процесса. Это обстоятельство затрудняет реализацию традиционных алгоритмов оценивания на борту объекта в условиях дефицита машинной памяти. Скалярный подход позволяет существенно уменьшить объём машинной памяти, необходимый для организации процедуры оценивания, а также сократить время счёта. Скалярные алгоритмы представляют собой формулы с переменными коэффициентами, позволяющие проводить оценивание отдельно каждой компоненты вектора состояния. Для синтеза скалярных алгоритмов оценивания необходимо сформировать скалярное уравнение модели для интересующей компоненты вектора состояния и приведённые измерения.

Для проверки работоспособности алгоритмов оценивания использована математическая модель погрешностей ИНС.

$$x_k = \Phi x_{k-1} + W_{k-1} \quad (3.1.28)$$

$$\text{где } x_k = \begin{bmatrix} x \\ \delta V \\ \varphi \\ \varepsilon \end{bmatrix}, \Phi = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -gT & 0 \\ 0 & T/R_0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, W_k = \begin{bmatrix} 0 \\ B \\ 0 \\ \omega_{k-1} \end{bmatrix} \quad (3.1.29)$$

B - смещение нуля акселерометра, $B = 10^{-2}$, ω_{k-1} - дискретный аналог белого гауссового шума. Предположим, что измеряется только вторая компонента вектора состояния, т.е. $z_k = Hx_k + V_k$, где z_k - вектор измерений $H = [0 \ 1 \ 0 \ 0]$, V_k - измерительный шум, который представляет собой дискретный аналог белого гауссового шума; W_{k-1} и V_k - независимые процессы.

ФК оценивает весь вектор состояния и подавляет измерительный шум. Оценка будет оптимальной, если правильно выбраны априорные значения матриц Q и R . $\sigma_{\delta V} = 35.0727$ м/мин. В оптимальном случае $Q=10^{-13}$, $R=2500$.

Погрешность ИНС, обусловленная неточностью выставки ГСП относительно плоскости горизонта представляет собой синусоидальные колебания с периодом Шулера. При функционировании ИНС на достаточно длительных интервалах времени погрешности могут достигать недопустимо больших величин. Поэтому необходимо корректировать ИНС посредством различных источников внешней навигационной информации.

Адаптивный фильтр Калмана

Адаптивные алгоритмы оценивания, являющиеся прямыми модификациями фильтра Калмана работают аналогичным образом. Отличие от фильтра Калмана заключается в адаптивном определении ковариационных матриц входного и измерительного шумов.

Адаптивный алгоритм оценивания, способный функционировать в условиях отсутствия достоверной статистической информации о входном шуме отличается от фильтра

Калмана видом уравнения для определения априорной ковариационной матрицы ошибок оценивания, которое записывается в следующей форме:

$$P_{k+1/k} = \Phi_{k+1,k} P_k \Phi_{k+1,k}^T + K_k M [v_{k+1} v_{k+1}^T] K_k^T \quad (3.1.30)$$

Адаптивный алгоритм оценивания, способный функционировать в отсутствии априорной информации о статистических характеристиках входного и измерительного шумов имеет следующий вид:

$$K_{k+1} = \begin{cases} P_{(k+1)/k} H_{k+1}^T [M(v_{k+1} v_{k+1}^T)]^{-1} \\ P_{(k+1)/k} H_{k+1}^T [H_{k+1} P_{(k+1)/k} H_{k+1}^T]^{-1} \end{cases} \quad (3.1.31)$$

при $\text{diag}[M(v_{k+1} v_{k+1}^T)] > \text{diag} H_{k+1} P_{(k+1)/k} H_{k+1}^T$
 $\text{diag}[M(v_{k+1} v_{k+1}^T)] \leq \text{diag} H_{k+1} P_{(k+1)/k} H_{k+1}^T$

Вычисление математического ожидания в адаптивном алгоритме производится в соответствии со следующей формулой:

$$M(v_k v_k^T) = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k (v_j v_j^T) \quad (3.1.32)$$

Из результатов моделирования можно сделать о том, что адаптивный фильтр Калмана с минимальной ошибкой производит фильтрацию по сравнению с обычным скалярным алгоритмом фильтрации и эффективней работает при отсутствии достоверной априорной информации о входном шуме.

Фильтр Язвинского

Расходимость фильтра Калмана, обусловленная отсутствием достоверной априорной информации о ковариационной матрице входного шума является одной из наиболее часто встречающихся причин ограничивающих применение фильтра Калмана для оценки состояния динамических объектов.

Фильтр Язвинского позволяет предотвратить расходимость процесса фильтрации за счет адаптивной оценки ковариационной

матрицы входного шума в процессе функционирования алгоритма. Фильтр Язвинского относится к семейству корреляционных алгоритмов. Адаптивная оценка ковариационной матрицы входного шума осуществляется на основе статистической обработки сигналов измерительного комплекса ЛА, доступная информация об исследуемом процессе содержится в обновляемой последовательности. Поэтому для синтеза адаптивной цепи в алгоритме Язвинского предложено использовать статистические свойства обновляемой последовательности.

Рассмотрим фильтр Язвинского для оценивания погрешностей навигационной системы ЛА, работающей совместно с РЛС.

Уравнения погрешностей навигационной системы ЛА имеют вид:

$$x_{k+1} = \Phi x_k + G w_k \quad (3.1.33)$$

где x_{k+1} - n-вектор состояния; W_k - r-вектор входного возмущения; Φ - (nxn) - матрица объекта.

Входные возмущения предполагаются r - мерный дискретным аналогом гауссового белого шума с нулевым математическим ожиданием и известной ковариационной матрицей:

$$M[w_{jw} w_k^T] = Q_k \delta_{j,k} \quad (3.1.34)$$

где Q_k - неотрицательно определенная матрица размерности (r x r); $\delta_{j,k}$ - символ Кронекера, означающий

$$\delta_{j,k} = \begin{cases} 1, \text{если } j=k \\ 0, \text{если } j \neq k \end{cases} \quad (3.1.35)$$

Часто вектора состояния измеряется

$$z_{k+1} = H x_{k+1} + V_{k+1} \quad (3.1.36)$$

Здесь z_{k+1} - m - вектор измерений; V_{k+1} - m - вектор ошибок измерения; H (mxn) - матрица измерений.

Ошибки измерения (иначе измерительный шум) и входные возмущения (иначе входной шум) некоррелированы: $M(V_j W_k^T) = 0$ при любых j и k. Начальное значение вектора состояния полагаем

гауссовым случайным вектором с нулевым математическим ожиданием, независимым от входных возмущений ошибок измерений: $M(x_0 W_k^T) = 0$; $M(x_0 V_{k+1}^T) = 0$ для любого k также как и фильтре Калмана.

Требуется на основе математического ожидания объекта и априорной информации о статистических характеристиках входных и измерительных шумов и, осуществляя измерения части вектора состояния, требуется оценить вектор состояния так, чтобы функционал J принимал минимальное значение.

$$J_k = M[(x_k - \hat{x}_k)] = \min \quad (3.1.37)$$

Рассмотрим алгоритм Язвинского для диагональной матрицы входного шума вида $Q=q \cdot I$. Здесь I - единичная матрица. Для упрощения выкладок положим в уравнении измерений матрицу измерений следующего вида: $H=(1 \ 0 \dots 0)$

Такое допущение не влияет на общность дальнейших рассуждений, так как существует возможность использования скалярной формы представления алгоритмов или последовательной фильтрации.

Язвинский определяет значение ковариационной матрицы входного шума, при котором наиболее вероятно появление мгновенного значения обновляемой последовательности γ_k . Определение такого значения проводится путем максимизации плотности вероятности появления обновляемой последовательности γ_k . Плотность вероятности $P_{k-1}(q)$ имеет следующий вид (3.1.38):

$$P(\gamma_k) = (2\pi)^{-\frac{1}{2}} [M(\gamma_k^2)]^{-\frac{1}{2}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \gamma_k^2 [M(\gamma_k^2)]^{-1}} \quad (3.1.38)$$

$$P(\gamma_k) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \times e^{-\frac{(\gamma_k - M\gamma_k)^2}{2\sigma_{\gamma_k}^2}}$$

Учитывая принятый вид ковариационной матрицы входного шума это выражение примет вид:

$$P(\gamma_k) = (2\pi)^{-\frac{1}{2}} [H\Phi \cdot P_{k-1}\Phi^T H^T + qHQG^T H^T + R]^{-\frac{1}{2}} * \\ \exp[-\frac{1}{2}\gamma_k^2 (H\Phi \cdot P_{k-1}\Phi^T H^T + qHQG^T H^T + R)^{-1}]$$

После дифференцирования $P(\gamma_k)$ по q и приравнявая результата нулю, находим

$$\frac{dp(\gamma_k)}{dq} = -\frac{1}{2}(2\pi)^{-\frac{1}{2}} HH^T [M(\gamma_k^2)]^{-\frac{3}{2}} * \exp\{-\frac{1}{2}\gamma_k^2 [M(\gamma_k^2)]^{-1}\} \\ \exp\{-\frac{1}{2}\gamma_k^2 \cdot [M(\gamma_k^2)]^{-1}\} + \frac{1}{2}(2\pi)^{-\frac{1}{2}} \gamma_k^2 HGG^T H^T [M(\gamma_k^2)]^{-\frac{5}{2}} = 0$$

$$\text{или } -[M(\gamma_k^2)]^{-\frac{3}{2}} + \gamma_k^2 [M(\gamma_k^2)]^{-\frac{5}{2}} = 0$$

Упрощая это выражение, получим условие состоятельности:

$$\gamma_k^2 = M(\gamma_k^2) \quad (3.1.39)$$

Выражение для ковариационной матрицы обновляемой последовательности имеет вид:

$$M(\gamma_k^2) = HP_{k/k+1} \cdot H^T + R$$

Запишем это выражение с учетом апостериорной ковариационной матрицы ошибок оценивания:

$$M(\gamma_k^2) = H\Phi \cdot P_{k-1}\Phi^T H^T + HGG^T H^T + R$$

А с учетом принятого вида ковариационной матрицы входного шума - $M(\gamma_k^2) = H\Phi \cdot P_{k-1}\Phi^T H^T + qHGG^T H^T + R$

Определим величину q учитывая выражение (3.1.39)

$$q = \frac{\gamma_k^2 - H\Phi \cdot P_{k-1}\Phi^T H^T - R}{HGG^T H^T} \quad (3.1.40)$$

Выражение позволяет оценивать значение ковариационной матрицы входного шума адаптивным образом после получения каждого последующего измерения z_k . Априорная ковариационная

матрица ошибок оценивания в этом случае, с учетом (3.1.40), определяется следующим образом: $P_{k/k+1} = \Phi P_{k-1} \Phi^T + \hat{q}_k H G G^T H^T$

$$\hat{q}_{k-1} = \begin{cases} \frac{\gamma_k^2 - H \Phi P_{k-1} \Phi^T H^T - R}{H G G^T H^T} & \text{при } \hat{q} > 0 \\ 0 & \text{при } \hat{q} < 0 \end{cases} \quad (3.1.41)$$

Физический смысл выражения (3.1.41) заключается в следующем. Если $\hat{q}_k > 0$ это говорит о том, что обновляемая последовательность не состоятельна к своей статистике. Поэтому ковариационную матрицу ошибок оценивания необходимо увеличивать. Естественно имеется в виду - увеличение нормы ковариационной матрицы. Следствием увеличения ковариационной матрицы ошибок оценивания является увеличение нормы матрицы усиления фильтра. Таким способом увеличивается вес измерений в формировании оценок вектора состояния.

Если же $\hat{q}_k \leq 0$, то этот случай соответствует ситуации, когда значение обновляемой последовательности невелико и состоятельно к своей статистике. Тогда в алгоритме принимается $\hat{q}_k = 0$, так как по определению скалярная величина q всегда положительна.

Недостатками фильтра Язвинского являются необходимость иметь достоверную статистическую информацию о ковариационной матрице измерительного шума и возможные ошибки, обусловленные использованием для вычисления оценки вектора состояния только одного значения обновляемой последовательности (3.1.22). В условиях малых входных шумов возможно появление ситуации когда появляются случайные всплески измерительного шума (аномальные измерения) при достаточно больших значениях априорной ковариационной матрицы измерительного шума.

$$\|Q\| \ll \|R\|$$

Таким образом, величина $\gamma_k^2 - H\Phi \cdot P_{k-1} \Phi^T H^T - R$ оказывается слишком малой. Поэтому неизвестно чем обусловлена малость этой величины - малым входным шумом или аномальным измерением (большим измерительным шумом).

Для устранения последнего недостатка Язвинский предлагает использовать в фильтре не одно значение обновляемой последовательности, а некоторое значение, вычисленное на конечной измерительной выборке.

При резком изменении динамики полета, например, в случае стратегического маневра уклонения от атакующих ракет, имеет место ситуация когда реальная матрица системы не соответствует своей математической модели.

Для того, чтобы сигнал оценки соответствовал своему реальному значению, необходимо уменьшать ширину окна Язвинского с целью увеличения веса, с которым поступают данные обновляемой последовательности в фильтр. При этом критерием варьирования ширины окна фильтра будем считать наличие перегрузки, которая будет регистрироваться и вычисляться по значению сигналов, получаемых от системы GPS. Исходя из этих данных, будет формироваться управляющее воздействие изменение (увеличение /уменьшение) окна фильтра.

3.2. Компактный алгоритм фильтрации в схеме коррекции автономной ИНС

Рассматривается автономная ИНС, состоящая из гиростабилизированной платформы (ГСП) и установленных на ней акселерометров. ГСП построена на базе трёх двухступенных гироскопов.

В эксплуатационных условиях объект, на котором установлена ИНС, совершает всевозможные движения вокруг центра масс. Это приводит к возмущающим моментам вокруг осей подвеса ГСП ИНС в объекте.

Наиболее опасными являются периодические или знакопеременные возмущающие моменты. Связано это с тем, что в условиях знакопеременных возмущений ГСП вокруг осей прецессии «детектируются» систематические составляющие возмущающих гироскопических моментов, приводящие к систематическому дрейфу свободной ГСП. ГСП, используемые в ИНС, снабжены интегральной коррекцией с настройкой на период Шулера [4, 5]. Систематические составляющие возмущающих гироскопических моментов вызывают колебания ГСП вокруг осей стабилизации с периодом Шулера, при этом выходная информация ИНС о пройденном объектом пути будет иметь нарастающую со временем погрешность, пропорциональную систематическому дрейфу ГСП.

Рассматриваемый в настоящем разделе систематический дрейф ГСП является методической погрешностью и может быть уменьшен только его алгоритмической компенсацией, а не технологическими методами. До недавнего времени он не принимался во внимание в связи с малостью относительно погрешностей, вызванных другими факторами. Однако существенное увеличение точностных характеристик ИНС на современном этапе развития инерциальной навигации привело к тому, что систематический дрейф ГСП, вызванный возмущающими гироскопическими моментами, стал соизмерим с другими систематическими составляющими. Возмущающий гироскопический момент вокруг оси прецессии гироскопа возникает при возмущениях ГСП и описывается нелинейной функцией, содержащей произведения угловой скорости колебаний ГСП вокруг оси стабилизации и угла прецессии соответствующего гироскопа.

Формирование компенсационного сигнала сопряжено с трудностями в получении информации об углах и угловых скоростях ГСП вокруг осей стабилизации.

В настоящем разделе предлагается метод компенсации, основанный на приближенном формировании угловых скоростей ГСП вокруг осей стабилизации как функции соответствующих углов прецессии.

Такой метод компенсации нелинейных гироскопических моментов позволяет увеличить точность работы ИНС и инерциальных систем управления и, следовательно, является важной и актуальной задачей в авиационной и ракетно-космической технике.

Определение систематического дрейфа ГСП, вызванного нелинейным гироскопическим моментом

Движение ГСП, построенной на базе трех двухстепенных гироскопов с интегральной коррекцией и настроенной на период Шулера, может быть представлено следующей системой динамических уравнений [4, 5]:

$$\begin{aligned}
 J_x \ddot{\alpha} + D_x \dot{\alpha} - H(\dot{\delta} + \dot{\mu}) - L^{-1}[k_1 W_1(s) \delta(s)] &= M_x \\
 J_y \ddot{\beta} + D_y \dot{\beta} - H(\dot{\lambda} + \dot{\mu}) - L^{-1}[k_1 W_1(s) \lambda(s)] &= M_y \\
 J_z \ddot{\mu} + D_z \dot{\mu} - H(\dot{\vartheta} + \dot{\mu}) - L^{-1}[k_1 W_1(s) \vartheta(s)] &= M_x \\
 J_r \ddot{\delta} + h \dot{\delta} - H \dot{\alpha} + k \int (\dot{V}_y + g \alpha) &= H \frac{V_y}{R} - H \dot{\beta} \delta + M_\delta \quad (3.2.1) \\
 J_r \ddot{\lambda} + h \dot{\lambda} - H \dot{\beta} + k \int (\dot{V}_x + g \beta) &= -H \frac{V_x}{R} - H \dot{\alpha} \lambda + M_\lambda \\
 J_r \ddot{\vartheta} + h \dot{\vartheta} + H \dot{\mu} &= H \dot{\beta}_\vartheta + M_\vartheta
 \end{aligned}$$

здесь хуз - ортогональная система координат, жестко связанная с ГСП;

α, β, μ - угловые координаты ориентации ГСП относительно сопровождающего трехгранника $\zeta\eta\zeta$ (углы стабилизации);

$\delta, \lambda, \vartheta$ - углы прецессии гироскопов; H - собственный кинетический момент гироскопа (все три гироскопа одинаковые);

J_x, J_y, J_z - моменты инерции ГСП относительно осей стабилизации; J_z - момент инерции гироскопа относительно оси прецессии;

D_x, D_y, D_z - удельные моменты сил скоростного (вязкого) трения, приведенные к осям стабилизации ГСП;

h - удельный момент сил скоростного трения вокруг оси прецессии гироскопа; k_I - статический коэффициент усиления в канале стабилизации (разгрузки);

M_x, M_y, M_z - моменты внешних сил и инерционных сил, неучтенных в левых частях первых трех уравнений; g - ускорение силы тяжести; R - радиус Земли;

V_x, V_y - проекции абсолютной горизонтальной скорости объекта на оси ГСП; $M_\delta, M_\lambda, M_\vartheta$ - возмущающие моменты, включающие инерционные моменты, неучтенные в левых частях вторых трех уравнений; $k=H/R$ - коэффициент интегральной коррекции; $W_I(s)$ - передаточная функция канала разгрузки, которая полагается одинаковой для всех трех каналов; L^{-1} - оператор обратного преобразования Лапласа.

С некоторым приближением при невысоких частотах изменения возмущающих моментов M_x, M_y можно принять $W_I(s) = k_I$. Тогда после настройки системы на период Шулера получим уравнения движения ГСП в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 J_x \ddot{\alpha} + D_x \dot{\alpha} - H \dot{\delta} - k \delta &= M_x \\
 J_y \ddot{\beta} + D_y \dot{\beta} + H \dot{\lambda} + k_1 \lambda &= M_y \\
 J_z \ddot{\vartheta} + D_z \dot{\vartheta} - H \dot{\vartheta} - k_1 \vartheta &= M_z \\
 J_r \ddot{\delta} + h \dot{\delta} - H \dot{\alpha} + H \omega_0^2 \int \alpha dt &= -H \dot{\beta} \delta + M_\delta \\
 J_r \ddot{\lambda} + h \dot{\lambda} - H \dot{\beta} - H \omega_0^2 \int \beta dt &= -H \dot{\alpha} \lambda + M_\lambda \\
 J_r \ddot{\vartheta} + h \dot{\vartheta} + H \dot{\mu} &= H \dot{\beta} \vartheta + M_\vartheta
 \end{aligned} \tag{3.2.2}$$

где $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{R}}$ - частота Шулера.

Здесь имеется в виду, что $|\delta| > |\dot{\mu}|$, $|\dot{\lambda}| > |\dot{\mu}|$, $|\dot{\vartheta}| > |z|$ и гироскопические моменты $H\dot{\mu}$, $H\dot{\alpha}$ могут быть учтены в M_z , M_y во втором приближении.

Связь между каналами в системе уравнений (3.2.2) обусловлена нелинейными гироскопическими моментами вокруг осей прецессии. В силу того, что в ГСП неизвестные переменные и их производные величины малые (много меньше единицы), то нелинейные члены являются величинами второго порядка малости и в первом приближении ими можно пренебречь. Пренебрегаем также моментами M_δ , M_λ , M_ϑ , которые являются величинами второго порядка малости по сравнению с гироскопическими моментами.

После таких допущений система (3.2.2) распадается на три взаимонезависимые системы уравнений. Ограничимся рассмотрением горизонтальных каналов ИНС. С целью выяснения механизма возникновения погрешностей ИНС в определении пройденного пути, обусловленных нелинейными гироскопическими моментами, будем полагать, что объект совершает гармонические колебания вокруг произвольной в пространстве оси. Проекция на оси стабилизации внешнего момента, действующего на ГСП, можно представить в форме:

$$\begin{aligned} M_x &= M_{x0} \sin \omega t \\ M_y &= M_{y0} \sin \omega t \\ M_z &= M_{z0} \sin \omega t \end{aligned} \quad (3.2.3)$$

где ω - частота колебаний объекта.

Решение систем (3.2.2) в первом приближении по одному из каналов с учетом возмущающих моментов (2.2.3) в установившемся режиме принимает вид:

$$\delta(t) = -\frac{M_{x0}}{\sqrt{H^2\omega^2 + k_1^2}} \sin(\omega t - \arctg \frac{H\omega}{k_1}), \quad (3.2.4)$$

$$\alpha(t) = \frac{M_{x0}\omega^2}{H(\omega^2 - \omega_0^2)} \left\{ \frac{\sqrt{J_r^2\omega^2 + h^2}}{\sqrt{H^2\omega^2 + k_1^2}} \sin \left[\omega t + \arctg \frac{(J_r k_1 - Hh)\omega}{J_r H \omega^2 + H h_1} \right] \right\} \\ - \frac{M_x \omega \omega_0}{H(\omega^2 - \omega_0^2)} \left\{ \frac{\sqrt{J_r^2\omega_0^2 + h^2}}{\sqrt{H^2\omega_0^2 + k_1^2}} \sin \left[\omega_0 t + \arctg \frac{(J_r k_1 - Hh)\omega_0}{J_r H \omega_0^2 + h k_1} \right] \right\}$$

При $\omega^2 \gg \omega_0^2$ вторым слагаемым в последнем выражении (2.1.4) можно пренебречь. Тогда получим:

$$\alpha(t) = \frac{M_{x0}}{H(k_1^2 + H^2\omega^2)} \left[(J_r H \omega^2 + h k_1) \sin \omega t + (J_r k_1 - Hh) \omega \cos \omega t \right] \\ \delta(t) = -\frac{M_{x0}}{k_1^2 + H^2\omega^2} (k_1 \sin \omega t - H \omega \cos \omega t). \quad (3.2.5)$$

Идентичные выражения будут иметь $\beta(t)$ и $\lambda(t)$.

Нелинейные гироскопические моменты $-H\dot{\beta}\delta$ и $-H\dot{\alpha}\lambda$ при одной и той же частоте изменения возмущений системы вокруг осей стабилизации Ox и Oy приведут к детектированию вокруг осей прецессии систематических составляющих и периодических моментов с удвоенной частотой изменения 2ω . Амплитуды периодических моментов, изменяющихся с двойной частотой 2ω , на порядок меньше амплитуды первых гармоник, в связи с чем вторые гармоники можно не учитывать. Найдем систематическую составляющую $(\dot{\beta}\delta)^*$ скорости дрейфа ε .

$$(\dot{\beta}\delta)^* = \frac{M_{x0} M_{y0} J_r \omega^2}{2H(k_1^2 + H^2\omega^2)}. \quad (3.2.6)$$

Величина $(\dot{\beta}\delta)^*$ не что иное, как часть систематического дрейфа ГСП ИНС ε^* , которая вызвана возмущающим гироскопическим моментом.

Погрешность счисления пути при постоянной скорости дрейфа ГСП имеет вид:

$$\Delta y(t) = -R\varepsilon^* \left(t - \frac{1}{\omega_0} \sin \omega_0 t \right) \quad (3.2.7)$$

Здесь ε^* - систематическая часть полной скорости дрейфа ГСП.

Реакция ИНС на систематическую составляющую дрейфа ГСП (3.2.6) определяется в виде:

$$\Delta y(t) = \frac{RM_{x0}M_{y0}J_F\omega^2}{2H(k_1^2 + H^2\omega^2)} \left(t - \frac{1}{\omega_0} \sin \omega_0 t \right) \quad (3.2.8)$$

Методы компенсации нелинейного гироскопического момента. Из приведенного анализа и примера следует, что погрешности ИНС в определении навигационных параметров объекта, вызванные нелинейными гироскопическими моментами вокруг осей прецессии гироскопов, которые возникают в условиях колебательного движения объекта вокруг центра масс, могут достигать недопустимо больших величин. Для повышения точностных характеристик ИНС возникает необходимость в компенсации этих погрешностей. Более того, для сохранения автономности работы ИНС компенсационные сигналы должны быть сформированы без использования какой-либо внешней информации о параметрах движения объекта и ГСП.

В силу того, что рассмотренные погрешности ИНС вызваны гироскопическими моментами вида $H\dot{\alpha}\lambda$ и $H\dot{\beta}\delta$, которые вызывают дрейф ГСП

$\varepsilon = \beta\delta$, а следовательно, приводят к вышеперечисленным погрешностям, компенсация их может быть выполнена путем

подачи на соответствующие моментные датчики гироскопов сигналов, пропорциональных величинам возмущающих нелинейных гироскопических моментов. Для этой цели необходимо сформировать компенсационные сигналы, используя информацию, имеющуюся в самой ИНС. С некоторым приближением, как показано выше, выражения для углов ориентации ГСП на частотах вынужденных колебаний $\omega \gg \omega_0$ можно представить следующим образом:

$$\alpha = -\frac{J_\Gamma}{H} \dot{\delta} - \frac{h}{H} \delta, \quad \beta = \frac{J_\Gamma}{H} \dot{\lambda} + \frac{h}{H} \lambda \quad (3.2.9)$$

Взяв производные по времени от α и β , получим:

$$\dot{\alpha} = -\frac{J_\Gamma}{H} \ddot{\delta} - \frac{h}{H} \dot{\delta}, \quad \dot{\beta} = \frac{J_\Gamma}{H} \ddot{\lambda} + \frac{h}{H} \dot{\lambda} \quad (3.2.10)$$

Метод компенсации ошибок ИНС, заключается в коррекции выходной информации системы.

Глава 4. КРИТЕРИИ СТЕПЕНИ УПРАВЛЯЕМОСТИ И НАБЛЮДАЕМОСТИ

4.1. Критерии управляемости и наблюдаемости

Наблюдаемости и управляемости играют важную роль при синтезе систем управления динамическими объектами и при идентификации состояния системы и ее параметров.

Селективные навигационные комплексы предполагают определение наиболее достоверной информации, последующую обработку ее, как правило, посредством алгоритмов оценивания. Для определения наиболее достоверной информации необходимо сформировать критерий, с помощью которого можно судить о степени достоверности полученной информации. Критерий формируется исходя из наилучшей наблюдаемости навигационных параметров ЛА по информации с различных датчиков или систем навигационного комплекса.

Понятие наблюдаемости играет важную роль при идентификации состояния системы и ее параметров, а понятие управляемости - при синтезе замкнутой системы с заранее заданными свойствами, так как оно является основополагающим при разработке критерия определения наиболее достоверной информации.

Пусть объект описывается уравнением вида:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (4.1.1)$$

а уравнение измерений: $z(t) = Hx(t)$

где x - n -вектор состояния; u - m -вектор управления z - вектор измерений;

A - ($n \times n$), B - ($n \times m$) матрица системы, управления; H -матрица измерений.

Система (4.1.1) называется полностью наблюдаемой на интервале времени $[0, t_1]$, если вектор состояния $x(t_0)$ можно определить по известному вектору измерений $z(t)$. Проверку наблюдаемости можно осуществить, воспользовавшись критерием полной наблюдаемости Калмана. Система (4.1.1) является полностью наблюдаемой, если ранг матрицы наблюдаемости равен порядку системы n . т.е. если измерения $z(t)$ содержат достаточную информацию для определения $x(t_0)$. Матрица наблюдаемости S имеет вид:

$$S = \begin{bmatrix} H^T & A^T H^T & (A^T)^2 H^T & \dots & (A^T)^{n-1} H^T \end{bmatrix}. \quad (4.1.2)$$

В случае, если ранг матрицы наблюдаемости меньше порядка системы, то по измерениям $z(t)$ можно оценить лишь часть вектора состояния $x(t)$.

Пример 4.1. Проверим с помощью критерия (4.1.2) наблюдаемость системы (4.1.1)

$$\text{где } x = \begin{bmatrix} \delta V \\ \varphi \\ \varepsilon \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & -g & 0 \\ \frac{1}{R} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\beta \end{bmatrix} \quad w = \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ \omega \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

δV - ошибка ИНС в определение скорости, φ - угол отклонения ГСП от плоскости горизонта, ε - скорость дрейфа гироскопа, B - смещение нуля акселерометра, ω - входной белый гауссовский шум.

В этом случае матрица наблюдаемости имеет вид:

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{g}{R} \\ 0 & -g & 0 \\ 0 & 0 & -g \end{bmatrix}$$

Матрица наблюдаемости имеет полный ранг ($\text{ранг}(S)=n=3$). Следовательно, по измерениям ошибки по скорости можно оценить весь вектор состояния системы.

Понятие наблюдаемости и управляемости дуальны, т.е. если система полностью наблюдаема, то построенная для этой системы сопряженная система будет полностью управляема. Справедливо и обратное утверждение.

Следовательно, рассмотрение наблюдаемости исследуемой системы можно проводить в следующей последовательности. Сначала построить сопряженную систему, которую затем исследовать с помощью какого-либо критерия управляемости.

Система (4.1.1) называется полностью наблюдаемой на интервале времени $[0, t]$, если вектор состояния $x(t_0)$ можно определить по известному вектору измерений $z(t)$.

Система (4.1.1) называется полностью управляемой если существует такое управление $u(t)$, определенное на конечном интервале времени $[0, t]$ которое переводит систему из начального состояния $x(t_0)$ в любое другое состояние $x(t)$.

Сначала построить сопряженную систему, которую затем исследовать с помощью какого-либо критерия наблюдаемости и управляемости.

Сопряженная система для системы (4.1.1) имеет вид:

$$\dot{x}(t) = -A^T x_c(t) - H^T u_c(t) \quad (4.1.3)$$

$$z_c(t) = B^T x_c(t)$$

Матрица наблюдаемости системы (4.1.1) является матрицей управляемости сопряженной системы (4.1.2) и наоборот. Поэтому если система (4.1.1) полностью наблюдаема, то этой системы сопряженная система будет полностью управляема. Это обстоятельство существенно расширяет методологический аппарат при исследовании проблемы наблюдаемости и управляемости многомерных динамических систем.

Критерий Калмана заключается в том, что система является полностью наблюдаемой, если ранг матрицы наблюдаемости равен

порядку системы n т.е. если измерения $z(t)$ содержат достаточную информацию для определения $x(t_0)$. В случае, если ранг матрицы наблюдаемости меньше порядка системы, то по измерениям $z(t)$ можно оценить лишь часть вектора состояния $x(t)$.

Матрица управляемости Y системы (4.1.1) имеет вид:

$$Y = [B \mid AB \mid AB^2 \mid \dots \mid AB^{n-1}] \quad (4.1.4)$$

Критерий Калмана говорит, что система является полностью управляемой, если ранг матрицы управляемости равен порядку системы n .

Заметим, что критерий полной управляемости не связан как-либо с устойчивостью системы. Поэтому неустойчивая система может быть полностью управляемой и наоборот. Полная управляемость означает стабилизируемость системы, т.е. возможность путем присоединения регулятора создать замкнутую систему с желаемым распределением собственных значений.

Рассматривается в данном случае сопряженная система и к ней применяется критерий полной управляемости. Для того, чтобы воспользоваться этим критерием необходимо перейти от матричного уравнения вида (4.1.2) к рассмотрению системы скалярных уравнений. Затем перевести скалярные уравнения из пространства оригиналов в пространство изображений по Лапласу и разрешить полученную систему уравнений относительно каждой переменной. Анализуются найденные по правилу Крамера определители. Система вида (4.1.2) полностью управляема, а система (4.1.1) полностью наблюдаема, если найденные определители линейно независимы и ни один из них не равен нулю.

Матричная система (4.1.1) в области изображений по Лапласу в виде:

$$(sI - A)x(t) = Bu(t) \quad (4.1.5)$$

Где s - оператор Лапласа, I - единичная матрица.

Пользуясь правилом Крамера, разрешим эту систему относительно каждой переменной состояния:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} b_{11}u_1 + \dots + b_{1m}u_m & -a_{12} & \dots & -a_{1n} \\ b_{21}u_1 + \dots + b_{2m}u_m & s - a_{22} & \dots & -a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1}u_1 + \dots + b_{nm}u_m & -a_{n2} & \dots & s - a_{nn} \end{vmatrix},$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} s - a_{11} & b_{11}u_1 + \dots + b_{1m}u_m & \dots & -a_{1n} \\ -a_{21} & b_{21}u_1 + \dots + b_{2m}u_m & \dots & -a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_{n1} & b_{n1}u_1 + \dots + b_{nm}u_m & \dots & s - a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} s - a_{11} & -a_{12} & \dots & b_{11}u_1 + \dots + b_{1m}u_m \\ -a_{21} & s - a_{22} & \dots & b_{21}u_1 + \dots + b_{2m}u_m \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \dots & b_{n1}u_1 + \dots + b_{nm}u_m \end{vmatrix},$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} s - a_{11} & -a_{12} & \dots & -a_{1n} \\ -a_{21} & s - a_{22} & \dots & -a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \dots & s - a_{nn} \end{vmatrix}$$

Критерий управляемости [12] представляет собой неравенство вида:

$$C_1\Delta_1 + C_2\Delta_2 + \dots + C_n\Delta_n \neq 0 \quad (4.1.6)$$

Критерий заключается в том, что для полной управляемости линейной системы необходимо и достаточно, если соблюдается (4.1.6).

Система не является полностью управляемой в следующих случаях:

- Если хотя бы один определитель Δ_i равен нулю;
- Если хотя бы один определитель Δ_i отличаются лишь постоянным множителем;

- Если один из определителей Δ_i может быть представлен в виде линейной комбинации других определителей;

Рассмотрим систему (4.1.1) этой системе можно применить линейное преобразование вида: $x^* = \Psi^{-1}x$. Это преобразование означает переход к новым переменным состояния, которые представляют собой линейные комбинации первоначальных переменных состояний. Преобразованная система:

$$\dot{x}^*(t) = A^* x^*(t) + B^* u(t) \quad (4.1.7)$$

Где $A^* = \Psi^{-1}A\Psi$, $B^* = \Psi^{-1}B = [b^*_{ij}]$

λ_i , v_i - собственные значения и векторы матрицы A ..

Уравнение канонической системы (4.1.7) в поэлементной форме:

$$\dot{x}_i^* = \lambda_i x_i^* + \sum_{j=1}^m b_{ij}^* u_j \quad (4.1.8)$$

Таким образом, в результате канонического преобразования получается система уравнений, связь между которыми по переменным состояниям отсутствует. Рассмотрим каноническую систему с некратными собственными значениями. Критерий полной управляемости системы (4.1.7) заключается в том, что матрица B^* не должна содержать строк, все элементы которых равны нулю. Из уравнения (4.1.8) очевидно что если в матрице B^* все элементы i -й строки равны нулю, т.е. $b_{ij}^* (j=1 \dots m)$, то любым выбором управления u_j нельзя изменить переменную x_i , т.е. система не является полностью управляемой. На против, если в матрице B^* нет строк с нулевыми элементами, то можно любую переменную состояния x_i^* перевести от значения $x_i^*(t_0)$ к любому желаемому значению $x_i^*(t_1)$, то система полной управляемости. Это можно видеть из решения системы.

$$x_i^*(t_1) = e^{\lambda_i(t_1-t_0)} x_i^*(t_0) + \sum_{j=1}^m \int_{t_0}^{t_1} e^{\lambda_i(t_1-\tau)} b_{ij}^* u_j(\tau) d\tau \quad (4.1.9)$$

Если $b_{ij}^* = 0$ или строки матрицы B^* линейно зависимы друг друга, то система тоже не полной управляемости.

Основными характеристиками динамических свойств ЛА, являются устойчивость движения ЛА и его управляемость. Исследованию этих динамических свойств предшествует изучение статики движения ЛА, при котором отсутствуют силы инерции (например, при равномерном и прямолинейном движении). Статика характеризуется статической управляемостью и статической устойчивостью ЛА, которые связаны с вопросами балансировки сил и моментов, действующих на ЛА в полете, и которые, в известной мере, определяют эти свойства.

Анализ математических моделей современных ЛА и их систем управления позволяет оценить необходимость тех или иных исследований, оценить достоверность полученных результатов, обосновать новые технические решения и оптимизировать параметры ЛА.

4.2. Критерии степени управляемости

Критерий управляемости Калмана позволяет определить, управляем ли весь вектор состояния системы.

Обычно в практических приложениях необходимо знать возможность эффективного управления каждой конкретной компонентой вектора состояния. Для этого введено понятие меры или степени управляемости каждой конкретной переменной состояния [10]. Критерий, предложенный в [9], позволяет определить какие компоненты вектора состояния управляемы и выделить компоненты, которыми можно управлять наилучшим

образом. Исключив из вектора состояния неуправляемые компоненты можно достичь полной управляемости исследуемой системы.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); z(t) = Hx(t) \quad (4.2.1)$$

$$\dot{x}_c(t) = -A^T x_c(t) - H^T u_c(t)$$

$$z_c(t) = B^T x_c(t)$$

Рассматривается в данном случае сопряженная система и к ней применяется критерий полной управляемости. Для того, чтобы воспользоваться этим критерием необходимо перейти от матричного уравнения вида (4.1.1) к рассмотрению системы скалярных уравнений. Затем перевести скалярные уравнения из пространства оригиналов в пространство изображений по Лапласу и разрешить полученную систему уравнений относительно каждой переменной. Анализуются найденные по правилу Крамера определители. Система вида (4.2.1) полностью управляема, а система (4.1.1) полностью наблюдаема, если найденные определители линейно независимы и ни один из них не равен нулю. Исследуем критерий управляемости вида:

$$C_1\Delta_1 + C_2\Delta_2 + \dots + C_n\Delta_n \neq 0 \quad (4.2.2)$$

Данный критерий позволяет получить непосредственную связь между компонентами вектора состояния и компонентами вектора управления. Эта связь позволяет выносить суждение о степени по той или иной переменной состояния. В случае одинаковой структуры выражений Δ по коэффициентам этих выражений можно судить о степени управляемости.

Например: Если $\Delta_i = k \cdot \Delta_j$, где $\Delta_i = f(u_1, u_2, \dots, u_n)$, то хотя система и управляема по координатам x_1, x_2 эффективная управляемость достигается только по одной из них.

Степень управляемости можно определить, исследовав систему канонического вида, т.е. систему уравнений, в которой отсутствует связь по переменным состояниям.

Запишем первое уравнение (4.1.1) в канонической форме [6]:

$$\dot{x}_c^k(t) = A^k x_c^k(t) + H^k u_c^k(t) \quad (4.2.3)$$

здесь $A^k = -V^{-1}A^T V$, $H^k = -V^{-1}H^T$, $V = [v_1 \dots v_N]$, V - матрица канонического преобразования, v_i - собственные векторы исследуемой системы.

Система является полностью управляемой, если матрица H^k канонической системы (4.2.3) не содержит строк, все элементы которых равны нулю. Следует отметить, что данный критерий можно применять лишь в случае отсутствия кратных собственных значений системы. Степень управляемости характеризуют модули элементов строк матрицы H^k . Представленный критерий позволяет проводить сравнительный анализ управляемости и определять лучше или хуже управляемы компоненты вектора состояния по сравнению друг с другом. Лучше управляемы те компоненты, вектора состояния, у которых модули элементов строк матрицы больше модулей соответствующих элементов у других строк.

Управляемость ЛА в боковом движении

Установившимся движением ЛА называется такое движение, при котором кинематические параметры остаются неизменными с течением времени. Понятие установившегося движения ЛА является условным, так как при прямолинейном полете ЛА с постоянной скоростью изменение массы ЛА за счет расхода топлива изменяет угол атаки. Однако если рассматривать движение за короткий промежуток времени, то можно с некоторыми допущениями считать движение установившимся. Для установившегося движения характерно равновесие моментов сил, действующих на ЛА. Такому движению соответствует определенное сочетание значений параметров и определенное положение органов управления.

Движение ЛА при равновесии моментов действующих сил называется балансировочным. В соответствии с этим режимы такого полета также называются балансировочными.

Поперечная управляемость самолета. Управление самолета по крену является основным видом в боковом движении и осуществляется с помощью органов поперечного управления, таких как элероны, интерцепторы, дифференциально отклоняемый стабилизатор и т.п. Особенностью этих органов управления является существование перекрестных аэродинамических моментов, что приводит к возникновению при их отклонении не только движения крена, но и движения по углу скольжения и рыскания.

При оценке поперечного управления сверхзвуковых ЛА необходимо решать следующие задачи:

- выбор эффективности органов поперечного управления (из условий балансировки и быстродействия по крену);
- обеспечение приемлемого переходного процесса по крену при управлении;
- обеспечение высокоточной стабилизации ЛА.

Одним из основных требований, определяющим выбор эффективности поперечного управления, является обеспечение балансировки ЛА по крену при посадке с боковым ветром. При этом расчетная величина боковой составляющей ветра $W = 10 - 15$ м/с [2]. Следует отметить, что при наличии моментов рыскания от органов поперечного управления может усложниться балансировка угла скольжения рулем направления, а именно при $m_y^{\delta_c} / m_x^{\delta_c} < 0$ потребные для балансировки углы отклонения руля направления увеличиваются. Можно рекомендовать, чтобы $m_x^{\beta} / m_y^{\beta} < 1.5 \div 2$. Расчетным случаем является режим малых скоростей с отклоненной механизацией.

Другими ситуациями для выбора эффективности поперечного управления являются балансировка ЛА при отказе одного двигателя при многодвигательной схеме и балансировка ЛА при несимметричной конфигурации, например, несимметричном расположении подвесок на консолях крыла. Следует отметить, что расходы органа управления для балансировки не должны исключать возможность выполнения ЛА маневров по крену. Помимо условий балансировки ЛА по крену поперечное управление должно обеспечивать определенную угловую скорость крена. Это условие может быть сформулировано в виде величины угла крена, достигаемого за заданное время при ступенчатом отклонении органов поперечного управления. Однако практически это требование можно приблизительно свести к требованию к величине установившейся угловой скорости крена. Время выхода ЛА на заданный угол крена в основном определяется располагаемой установившейся угловой скоростью крена [2].

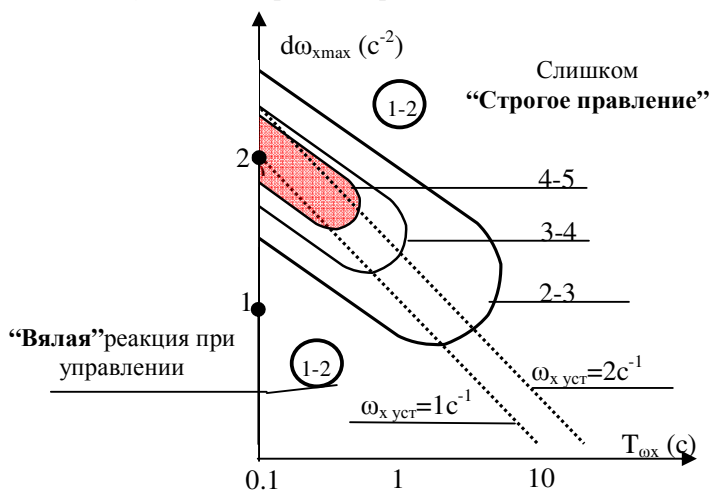


Рис.4. 1. Линии оценок летчиков характеристик поперечного управления в зависимости от его эффективности и постоянной времени крена $T_{\omega x}$

На рис. 4.1 представлены результаты исследований на пилотажном стенде характеристик поперечной управляемости маневренного самолета на режимах его целевого использования при линейной зависимости хода ручки и угла отклонения элеронов. При этом применялась пятибалльная оценка летчиком управляемости ЛА: 5 - *"очень хорошо"*, 4 - *"хорошо"*, 3 - *"приемлемо"*, 2 и 1 - *"неудовлетворительно"*. Как видно из графика, наиболее высокие оценки летчиков для маневренного ЛА на обычных режимах полета реализуются при $\omega_{хуст}=1.5-2.5$ рад/с.

При малых угловых скоростях и медленном переходном процессе (T_{ω_x} велико) летчик отмечает *"вялость"* ЛА, а при больших угловых скоростях и малых T_{ω_x} управление становится слишком строгим и возможна раскачка ЛА. В связи с этим не следует допускать на самолете постоянной времени $T_{\omega_x} > 1$, а максимальные угловые скорости более 3 рад/с не должны сочетаться с малыми T_{ω_x} .

В ряде случаев выбранная из условия балансировки на посадке эффективность органов поперечного управления может оказаться избыточной на больших скоростях. В этом случае целесообразно в первую очередь рассмотреть введение нелинейного закона отклонения органа управления по ходу ручки с меньшим градиентом отклонения элеронов при малых ходах ручки управления. Возможно также и отключение некоторых секций органов поперечного управления.

Увеличение высоты полета приводит к аметному возрастанию постоянной времени что приводит к ухудшению поперечной управляемости ЛА.

Оценки летчиков зависят от класса ЛА и от режима полета. Так, например, для неманевренного ЛА при реализации режима посадки высокие оценки летчиков по результатам стендовых

исследований соответствуют диапазону $\omega_{\text{хуст}} = 0.3 \div 1 \text{ рад/с}$ [2].

Для этого режима в качестве проверочного условия целесообразно использовать требование к безразмерной угловой скорости $\overline{\omega}_x = \omega_x l / 2V > 0.075$, поскольку эта величина характеризует дистанцию (в долях размаха крыла) выполнения предпосадочного маневра ЛА по крену. Требования к быстродействию ЛА по крену можно получить, рассматривая эффективность выполнения отдельных маневров. Например, рассматривая модельные задачи [2]:

а) синхронное маневрирование двух самолетов, летящих друг за другом;

б) выполнение разворота по курсу на 180° следует, что потребное быстро действие по крену для задачи (а) составляет изменение y на 90° за время 1с, а для задачи (б) угловая скорость крена должна быть 120 град/с.

Специфической особенностью сверхзвуковых ЛА является то, что при отклонении органов поперечного управления развивается движение, которое по своему характеру может заметно отличаться от изолированного движения крена вследствие инерционного и кинематического взаимовлияния движения крена и рыскания, а также образования моментов рыскания при отклонении органов поперечного управления. Для того чтобы характер движения по крену был близок к изолированному, следует уменьшать влияние взаимосвязи бокового колебательного движения с движением крена.

Для сверхзвуковых ЛА, имеющих большую величину отношения J_y/J_x и повышенный запас поперечной устойчивости, основным параметром, связывающим движение крена и рыскания, является λ^2 . Значению $\lambda^2 \approx 1$ соответствует взаимная компенсация влияния движения крена на рыскание с имеющимися моментами рыскания от отклонения органов управления. В этом случае управляемые движения по крену близки к изолированному

движению крена. По мере уменьшения параметра λ^2 кренение ЛА сопровождается возникновением углов скольжения, препятствующих, через поперечную устойчивость, действию управляющего момента по крену (рис. 4.2.) [2].

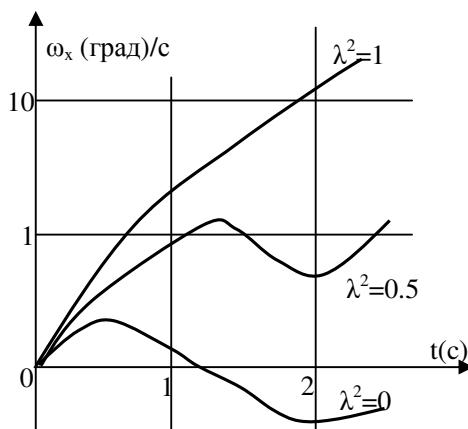


Рис. 4.2. Переходные процессы крену при поперечном управлении зависимости от параметра λ^2

Здесь $\dot{\omega}_\beta = \overline{M}_x^\beta \dot{i} + \overline{M}_y^\beta \dot{j}$, $\dot{\omega}_\delta = \overline{M}_x^\delta \dot{i} + \overline{M}_y^\delta \dot{j}$, $M_{x \text{ упр}} = M_x^\delta \delta$)

Поскольку движение по углу скольжения носит колебательный характер, то и в движении крена возникает колебательная компонента. При $\lambda^2 < 0,5$ она становится настолько заметной, что возникают явления типа "зависание" по крену (рис. 4.2.), когда в какой-то момент времени движение крена прекращается, а затем развивается в обратную сторону. При $\lambda^2 = 0$ ЛА имеет обратную реакцию по крену на отклонение органов поперечного управления.

При $\lambda^2 > 1$ возникающие при кренении углы скольжения способствуют развитию движения крену при поперечном управлении в крена, но так как образование β происходит с

запаздыванием, то при $\lambda^2 > 1$ управление получается слишком строгим и вмешательство летчика в поперечное управление часто вызывает раскачку ЛА по крену.

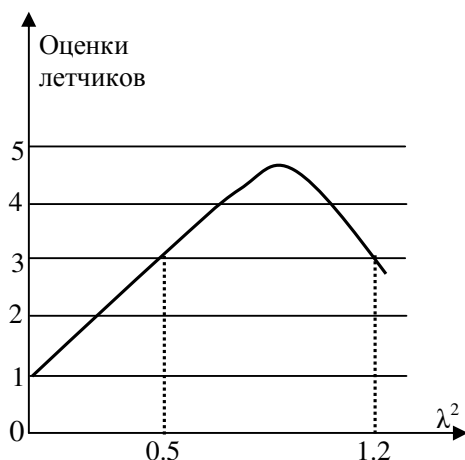


Рис.4.3. Зависимость оценок летчиков поперечного управления зависимости от параметра λ^2

На рис. 4.3 приведены оценки летчиков на пилотажном стенде характеристик поперечной управляемости ЛА в зависимости от параметра λ^2 . Из этих данных видно, что для обеспечения удовлетворительных характеристик поперечной управляемости в данном случае необходимо обеспечить значения параметра в пределах $0,5 < \lambda^2 < 1,2$ при этом наиболее высокие оценки соответствуют тому случаю, когда управляемые движения по крену близки к изолированному ($\lambda^2 \approx 1$).

При отсутствии моментов рыскания или при моментах рыскания другого знака (что характерно для обычных элеронов) управляемые движения по крену обычно оцениваются летчиками как неудовлетворительные.

Появление дополнительных моментов рыскания от отклонения элеронов на больших углах атаки значительно ухудшает поперечную

управляемость ЛА даже без учета уменьшения эффективности элеронов по крену на этих режимах. При малых углах атаки существенное влияние на поперечную управляемость оказывает наклон главной оси инерции. Большой отрицательный наклон главной оси инерции может привести к слишком "строгому" управлению даже при малых "подкручивающих" моментах рыскания на малых углах атаки. Помимо основного параметра λ^2 , определяющего характер управляющих движений по крену на малых скоростях полета, заметное влияние на это движение может оказывать образование угла скольжения, вызванное боковой составляющей веса ЛА, которая усугубляет "зависание" по крену.

Путевая управляемость. Расчетными случаями для выбора эффективности руля направления являются [2]:

- балансировка бокового ветра при посадке;
- отказ двигателя для ЛА с разнесенными двигателями.

При оценке характеристик управляемости ЛА при отклонении руля направления необходимо учитывать следующие обстоятельства.

- Отклонение руля направления вызывает момент крена. Этот момент крена (для руля, расположенного сверху фюзеляжа) направлен в сторону, противоположную той, которая необходима для ввода в координированный разворот. В результате при малых величинах поперечной устойчивости суммарный момент крена ЛА при отклонении руля направления может быть направлен в сторону, противоположную необходимой. Это явление, известное как "обращение реакции ЛА по крену при отклонении руля направления", воспринимается летчиком как поперечная неустойчивость ЛА; оно затрудняет пилотирование и недопустимо при малой эффективности элеронов. Это накладывает ограничение на минимально допустимую величину запаса поперечной устойчивости. Расчетным случаем "обратимости" являются режимы,

на которых реализуется минимальная поперечная устойчивость ЛА, т.е. обычно режимы малых углов атаки.

Для сверхзвуковых ЛА, в особенности на больших углах атаки, характерной является большая поперечная устойчивость. Для ЛА новых схем можно ожидать дальнейшее увеличение поперечной устойчивости (например, за счет перехода к высокопланным схемам). В этих условиях действие руля направления по крену может иметь слишком большую интенсивность. Даже небольшие углы скольжения, возникающие при отклонении руля направления, вызовут резкое увеличение угла крена ЛА.

Такое явление может наблюдаться на режимах малых скоростей, в особенности при отклоненной механизации. В условиях уменьшения эффективности элеронов на больших углах атаки это приводит к таким особенностям пилотирования ЛА, которые в некоторых случаях могут заставить специально ограничить минимальные скорости ЛА.

Соотношение отклонений элеронов и руля направления, при которых не нарушается поперечная балансировка ЛА.

На режимах больших скоростей допустимые углы скольжения становятся очень малыми, поэтому необходимо принимать меры к их ограничению. Простейшим средством улучшения характеристик путевой управляемости ЛА является применение изменяемой загрузки педалей. На посадочных режимах необходимо использовать устройство с малой загрузкой, а на режимах полета, соответствующих большим значениям скоростного напора, необходимо иметь более тяжелую загрузку.

Характеристики управляемости ЛА в боковом движении

Исследуем характеристики управляемости сверхзвукового ЛА. Обычно характеристики устойчивости и управляемости сверхзвукового ЛА не удовлетворяют во всем эксплуатационном диапазоне скоростей требованиям, предъявляемым к ним летчиком с точки зрения

обеспечения удобства и простоты пилотирования. Эти характеристики могут быть улучшены путем использования на ЛА соответствующих автоматических устройств в каналах крена или рыскания либо в обоих каналах управления ЛА одновременно. Основными причинами, заставляющими автоматизировать управление ЛА в боковом движении, обычно являются следующие [2]:

- Недостаточное демпфирование, особенно при полете на больших высотах.
- Снижение эффективности аэродинамического демпфирования ЛА обусловлено уменьшением плотности атмосферы при увеличении высоты полета. Относительный декремент затухания определяется высотой полета и убывает пропорционально $\sqrt{\rho}$ (где ρ - плотность воздуха на рассматриваемой высоте полета).
- Уменьшение путевой устойчивости на больших числах М.
- Ухудшение характеристик поперечной управляемости ЛА может быть обусловлено снижением демпфирования крена, приводящим к уменьшению корня крена при полете на больших высотах. Кроме того, при полете самолета на большом угле атаки, в частности, на посадке или на маневре, при поперечном управлении существенно возрастает перекрестное взаимодействие крена и рыскания, обусловленное как кинематическим взаимодействием, так и аэродинамическими "тормозящими" моментами органов поперечного управления. Это взаимодействие приводит к "зависанию" самолета по крену, к появлению запаздывания реакции ЛА на отклонение элеронов, затрудняющего пилотирование.

Необходимость обеспечения боковой устойчивости и управляемости ЛА на больших углах атаки, значительно превышающих угол атаки горизонтального полета. Эта проблема, прежде всего, связана с маневренными ЛА. Трудность решения проблемы заключается в том, что для современных маневренных ЛА требуется реализация полета на

углах атаки, при которых возможна потеря устойчивости ЛА, однако и в этих условиях необходимо обеспечение удовлетворительных пилотажных характеристик маневренного ЛА.

Решение всех этих проблем только аэродинамическими средствами невозможно, что делает необходимой соответствующую автоматизацию управления. Наиболее высокие требования к автоматизации поперечно-путевого управления в настоящее время формулируются для маневренных ЛА, рассчитанных на полет в широком диапазоне углов атаки и чисел M .

При автоматизации управления сверхзвукового ЛА необходимо обеспечить удовлетворение ряда требований, основными из которых являются:

- обеспечение удовлетворительных характеристик поперечной управляемости (значения постоянной времени крена $T_{\omega_x} < 1$, необходимого соотношения между установившейся величиной угловой скорости крена и отклонением ручки управления малого взаимодействия движений крен-рыскание, и соответственно малых углов скольжения при поперечном управлении);
- обеспечение удовлетворительных характеристик колебательной составляющей бокового движения ЛА;
- обеспечение достаточной эффективности управления для балансировки ЛА при отказе двигателя и при посадке с боковым ветром;
- обеспечение удовлетворительных характеристик спирального движения.

Для удовлетворения данным требованиям в системе улучшения характеристик устойчивости и управляемости ЛА в общем случае могут быть использованы следующие подсистемы:

- демпфер рыскания;
- демпфер крена;
- перекрестная связь от элеронов к рулю направления;

- автомат устойчивости пути;
- уменьшение коэффициента передачи с ручки управления к элеронам.

Для анализа целесообразно использовать полную систему приближенных линеаризованных уравнений. Исследуем демпфер рыскания и дмпфер крена и рассмотрим воздействие каждого из этих элементов автоматизации управления.

Демпфер рыскания является одним из важнейших элементов автоматики бокового канала управления. Он предназначен для повышения демпфирования колебательной составляющей бокового движения. В качестве органа управления, реализующего функционал демпфера рыскания, используется, как правило, руль направления. Сам функционал демпфера рыскания включает сигнал датчика угловой скорости.

Характеристическое уравнение замкнутой системы "ЛА - демпфер рыскания" включает параметр $\lambda_{д.р}$ [2].

В зависимости от параметра $\lambda_{д.р}$ будут реализовываться различные виды корневых траекторий. Если $0 < \lambda_{д.р} < 1$, то в этом случае обеспечивается устойчивость бокового движения. При $\lambda_{д.р} > 1$ или $\lambda_{д.р} < 0$ имеет место неустойчивость замкнутой системы "ЛА-демпфер рыскания". Граничные значения параметра $\lambda_{д.р}$ соответствуют следующим ситуациям. При $\lambda_{д.р} = 0$ происходит демпфирование колебательной составляющей бокового движения без влияния на демпфирование крена. В этом случае ось чувствительности датчика угловой скорости ортогональна вектору скорости ($\alpha = 0$). При $\lambda_{д.р} = 1$ происходит демпфирование только движения крена, а демпфирования колебательной составляющей не имеет места. Степень демпфирования боковых колебаний

демпфером рыскания зависит от ориентации оси датчика угловой скорости относительно вектора скорости полета и вектора углового ускорения боковых колебаний. При этом наибольшая эффективность демпфера рыскания обеспечивается при ориентации оси чувствительности датчика угловой скорости ортогонально вектору скорости полета (или путем обеспечения соответствующего соотношения сигналов ω_x и ω_y в функционале демпфера рыскания).

Следует отметить, что полученный результат имеет простой физический смысл. Колебательная составляющая бокового движения в первую очередь проявляется через колебания ЛА по углу скольжения. Поэтому естественно для эффективного демпфирования колебательной составляющей использовать в демпфере рыскания сигнал, пропорциональный производной углу скольжения:

Анализ показывает, что в этом случае работа демпфера рыскания направлена на демпфирование колебательной составляющей бокового движения, и не оказывает существенного влияния на демпфирование крена, а также не затрудняет выполнение длительных виражей с постоянной угловой скоростью.

Учет весовой составляющей в сигнале целесообразен для тяжелых ЛА, где углы крена ограничены.

При установке демпфера крена, как правило, решаются две задачи: повышение демпфирования движения крена для улучшения характера переходных процессов при управлении по крену и увеличения демпфирования колебательной составляющей бокового движения. В качестве органа управления, реализующего функционал демпфера крена, используются как правило элероны или дифференциальный стабилизатор. В зависимости от параметра имеет место различное влияние демпфера крена на устойчивость бокового движения. При $0 < \lambda_{д.р} < 1$ демпфер крена демпфирует как колебательную составляющую бокового движения, так и

движение крена. При $\lambda_{Д.р} < 0$ и $\lambda_{Д.р} > 1$ замкнутая система "ЛА-демпфер крена" теряет устойчивость, причем при $\lambda_{Д.р} > 1$ уменьшается демпфирование колебательной составляющей бокового движения. При $\lambda_{Д.р} < 0$ работа демпфера крена приводит к уменьшению демпфирования движения крена, что связано с обратной реакцией ЛА по крену на отклонение органов поперечного управления.

Можно показать, что значениям $\lambda_{*Д.р} = 0$ и $\lambda_{*Д.р} = 1$ соответствуют те же соотношения, что и для рассмотренного выше функционала $\delta_{\omega} = K_{\omega_x} \omega_x$. Важность ориентации управляющего момента для эффективной работы демпфера крена объясняется взаимосвязью движений крена и рыскания и возникновением углов скольжения при отклонении органов поперечного управления. В случае $\lambda_{Д.р} = 1$ при отклонении элеронов практически не возникает углов скольжения, а следовательно не возбуждается колебательная составляющая бокового движения. При этом демпфер крена увеличивает демпфирование движения крена, не влияя на демпфирование колебательного движения. Если $\lambda_{*Д.р} > 1$, то при отклонении элеронов образуются углы скольжения, направленные на увеличение угловой скорости крена. Однако в этом случае возникает неустойчивость замкнутой системы "ЛА-демпфер крена".

При $0 < \lambda_{*Д.р} < 1$ демпфируется не только движение крена, но и колебательная составляющая бокового движения. Степень демпфирования колебательной составляющей зависит от соотношения между путевой и поперечной устойчивостью и угла атаки.

При $\lambda_{*Д.р} < 0$ при отклонении элеронов развиваются углы скольжения, момент крена от которых направлен против управляющего момента крена. В результате демпфер крена уменьшает демпфирование движения крена и повышает демпфирование колебательной составляющей.

Демпфер крена уменьшает по модулю собственное значение корня, соответствующего спиральному движению. Поэтому, если имеется неустойчивость спирального движения, эффективным средством ее снижения является применение демпфера крена.

Демпфер крена снижает взаимосвязь движение крена и рыскания в возмущенном движении. Реакция ЛА по крену уменьшается при различных видах возмущений в путевом канале, таких как односторонний отказ двигателя, отклонение руля направления, возмущения от турбулентности атмосферы. Существует ряд особенностей в управляемом движении ЛА по крену при включении демпфера крена в систему управления. Во-первых, для сохранения управляемости в установившемся движении целесообразно использовать закон управления, позволяющий рациональным выбором постоянной времени и передаточного числа обеспечить сохранение располагаемой угловой скорости крена при удовлетворительном качестве переходного процесса по крену. Во-вторых, в задачах стабилизации ЛА по углу крена включение демпфера крена расширяет область удовлетворительных оценок летчика, при $\lambda^2 \approx 0$.

Перекрестная связь руля управления с органами поперечного управления.

Одним из факторов, существенно влияющим на качество переходных процессов самолета по крену, является возникновение углов скольжения при отклонении органов поперечного управления. Причинами возникновения углов скольжения являются как кинематическое взаимодействие движений крена и рыскания, так аэродинамическое взаимодействие этих каналов из-за наличия у

органов поперечного управления не только моментов крена, но и моментов рыскания. В этих условиях эффективным средством ослабления аэродинамического взаимодействия движений крена и рыскания является формирование желаемого соотношения управляющих моментов крена и рыскания путем использования руля направления совместно с органами поперечного управления, например элеронами. Реализация органов управления в принципе решает поставленную задачу.

Следует отметить, что реализация функциональной связи между рулем направления и элеронами, обеспечивающей управляемое движение по крену при угле скольжения, близком к нулю достаточно сложна, а в ряде случаев принципиально невозможна из-за его неустойчивости. Для обеспечения координированного поворота по крену на начальном этапе управляемого движения возможно использовать два вида связи между элеронами и рулем направления: "жесткая связь" и "изодромная связь" [2].

"Жесткая" связь дает определяющий эффект: обеспечение координации движения крена в "быстром" управлении при близком к нулю угловом ускорении по углу скольжения ($\beta \approx 0$). Однако если руль направления должен использоваться для балансировки в путевом канале, то рационально использовать "изодромную связь". В этом случае расход рулей направления сохраняется в режимах балансировки несимметрии или бокового ветра. Следует отметить, что связь между рулем направления и элеронами должна регулироваться по углу атаки. Наиболее существенной она становится на больших углах атаки. На малых углах атаки она уменьшается и даже может изменять знак.

4. 3. Численный критерий степени наблюдаемости

Качественной характеристикой наблюдаемых компонент вектора состояния является степень наблюдаемости. Степень наблюдаемости - характеристика абстрактная, и известные подходы, представленные в [6, 10, 11] позволяют определить лишь какие из компонент вектора состояния наблюдаются лучше. Эти подходы дают только относительную оценку наблюдаемости компонент конкретного вектора состояния исследуемой системы и не позволяют проводить сравнение наблюдаемости компонент векторов состояния различных систем. Поэтому все известные подходы неудобны для использования при сравнении качества наблюдения в общем случае.

Непосредственно измеряемые компоненты вектора состояния имеют максимальную степень наблюдаемости. Качество наблюдения и достоверность информации непосредственно измеряемой компоненты вектора состояния зависит лишь от погрешности измерения, т.е. от измерительного шума. Величина измерительного шума определяется характеристиками внешнего источника информации, а также условиями функционирования, т.е. пассивными и активными помехами. Поэтому, полагая степень наблюдаемости измеряемой компоненты вектора состояния максимальной, имеем в виду то, что степень наблюдаемости равна 100% с точностью до измерительного шума.

Пусть объект описывается уравнением вида;

$$x_k = \Phi x_{k-1} + G w_{k-1}$$

где x_{k-1} - вектор состояния; w_{k-1} - вектор входного шума, который является дискретным аналогом белого гауссового шума с нулевым математическим ожиданием; $\Phi(n \times m)$ - матрица системы; $G - (n \times l)$ - матрица входного шума.

Часть вектора состояния измеряется: $z_k = H x_k + v_k$

где z_k - m - вектор измерений; H - ($m \times n$) - матрица измерений;
 v_k - m - вектор измерительного шума, который является дискретным аналогом белого гауссового шума с нулевым математическим ожиданием, причем v и w некоррелированы между собой (т.е. $M[v_j w_k^T] = 0$).

Не теряя общности постановки задачи предположим, что измеряется одна компонента вектора состояния, т.е.
 $H = [1 \ 0 \dots\dots 0]$

Разобьем каждый шаг измерений на p подтактов и выразим эти измерения через вектор состояния на первом подтакте измерений.

$$\begin{aligned} z_1 &= Hx_1 + v_1 \\ z_2 &= H\Phi x_1 + Hw_1 + v_2 \\ &\dots\dots\dots \\ z_n &= H\Phi^{n-1}x_1 + H\Phi^{n-2}w_1 + \dots + Hw_{n-1} + v_n \end{aligned} \quad (4.3.1)$$

Или в матричной форме: $z^* = Sx_1 + v^*$ (4.3.2)

Где $z^* = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix}$ $S = \begin{bmatrix} H \\ H\Phi \\ \vdots \\ H\Phi^{n-1} \end{bmatrix}$ $v^* = \begin{bmatrix} v_1 \\ Hw_1 + v_2 \\ \dots\dots\dots \\ H\Phi^{n-2}w_1 + \dots + Hw_{n-1} + v_n \end{bmatrix}$

Выразим из уравнения объекта вектор состояния в первом подтакте измерения $x_1 = S^{-1}z^* + S^{-1}v^*$ (4.3.3)

Введем обозначение $y = S^{-1}z^*$ (4.3.4)

Запишем уравнения (4.3.4) в скалярном виде:

$$y^i = a_1 z_1 + a_2 z_2 + \dots + a_n z_n \quad (4.3.5)$$

Здесь y^i - элемент вектора y , a_i - это i -я строка матрицы S^{-1}

Для остальных компонент вектора состояния уравнения измерений формулируются в соответствии с уравнением (4.3.5)

Введем понятие приведенного измерительного шума [6]. Для произвольной компоненты вектора состояния приведенный измерительный шум, в соответствии с уравнением (4.3.5) имеет вид:

$$v^{j*} = a_1 v_1 + a_2 v_2 + \dots + a_n v_n \quad (4.3.6)$$

Дисперсия приведенного к i -ой компоненте измерительного шума определяется коэффициентами a_1, a_2, \dots, a_n т.е

$$r^{*i} = M[v^{*i}] = [a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2] r \quad (4.3.7)$$

где $r = M[v^2]$ - дисперсия исходного измерительного шума v .

Учитывая, что мера - категория, выражающая диалектическое единство качественных и количественных характеристик объекта, судить о мере наблюдаемости можно по двум характеристикам: точности оценивания и времени сходимости. Критерий, по которому определяемся мера (степень) наблюдаемости имеет вид [7, 9]:

$$\lambda^i = \frac{P_o^i r}{P_o r^{*i}} \quad (4.3.8)$$

где P_o - дисперсия начального значения непосредственно измеряемой компоненты вектора состояния z .

В случае, когда не удастся точно определить начальное значение дисперсии ошибки оценивания, можно воспользоваться критерием степени наблюдаемости вида:

$$\lambda^i = \frac{M[(x^i)^2] r}{M[(y^i)^2] r^{*i}} \quad (4.3.9)$$

Здесь $M[(x^i)^2]$ - дисперсия произвольной i -ой компоненты вектора состояния;

$M[(y^i)^2]$ - дисперсия непосредственно измеряемого вектора состояния.

В критериях степени наблюдаемости (4.3.8) и (4.3.9) мерой наблюдаемости является скаляр. Эта особенность выгодно отличает предложенные критерии от известных, так как позволяет проводить сравнение степеней наблюдаемости компонент различных векторов состояния. Мерой степени наблюдаемости является скаляр.

Рассмотрим степень наблюдаемости ошибок ИНС. Применение для коррекции ИНС методов линейной фильтрации предполагает полную наблюдаемость ошибок системы. Поэтому прежде чем воспользоваться подобной коррекцией, необходимо удостовериться, что вектор состояния системы, включающий ошибки ИНС, является наблюдаемым по используемым измерениям.

Определение наблюдаемости вектора состояния осуществляется с помощью различных критериев наблюдаемости.

Исследование наблюдаемости ошибок ИНС, корректируемой от ДИСС, показало, что имея информацию только о скорости перемещения объекта, невозможно определить его ориентацию в азимуте.

Помимо различия во временных интервалах, необходимых для удовлетворительного оценивания ошибок ИНС, различны и относительные погрешности оценивания по отношению к оцениваемому номиналу. В связи с этим встает вопрос о степени наблюдаемости различных ошибок ИНС. Идентификация состояния системы предусматривает рассмотрение ее наблюдаемости. Под наблюдаемостью компоненты вектора состояния системы понимается возможность ее определения по измеряемому на конечном интервале времени сигналу.

Уравнения ошибок системы инерциальной навигации имеют вид:

$$\begin{aligned}\delta V_k &= \delta V_{k-1} - gT\varphi_{k-1} \\ \varphi_k &= \varphi_{k-1} - \frac{T}{R}\delta V_{k-1} + T\varepsilon_{k-1} \\ \varepsilon_k &= T\varepsilon_{k-1}\end{aligned}\tag{4.3.10}$$

Где δV_k - ошибка ИНС в определении скорости;

ε_k - скорость дрейфа ГСП;

φ_k - угол отклонения ГСП относительно сопровождающего трехгранника.

Составим вектор измерений в виде:

$$z^* = S^{-1} \begin{bmatrix} \delta V_k \\ \delta V_{k+1} \\ \delta V_{k+2} \end{bmatrix} \quad (4.3.11)$$

$$\text{где } S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -gT & 0 \\ 1 + \frac{gT^2}{R} & -2gT & -gT^2 \end{bmatrix} \quad \Phi = \begin{bmatrix} 1 & -gT & 0 \\ \frac{-T}{R} & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Тогда для непосредственного измерения компонент вектора состояния получим следующие уравнения:

$$\begin{aligned} z(\delta V) &= z_k \\ z(\varphi) &= \frac{1}{gT} z_k - \frac{1}{gT} z_{k+1} \\ z(\varepsilon) &= -\frac{1}{gT^2} z_k - \frac{1}{R} z_k + \frac{2}{gT^2} z_{k+1} - \frac{1}{gT^2} z_{k+2} \end{aligned} \quad (4.3.12)$$

Определим дисперсию приведенного к углу отклонения гиросtabilизированной платформы относительно сопровождающего трехгранника измерительного шума.

$$r_2^* = \frac{2}{g^2 T^2} r \quad (4.3.13)$$

где r - дисперсия ошибки в измерении скорости, которая подлежит непосредственному измерению с помощью внешней информации.

В соответствии с выражением (4.3.13) определим степень наблюдаемости угла отклонения платформы относительно сопровождающего трехгранника:

$$\lambda_2 = \frac{M[\varphi^2]gT^2}{M[\delta V^2]2} \quad (4.3.14)$$

Степень наблюдаемости скорости дрейфа гиросtabilизированной платформы определяется аналогично:

$$\lambda_3 = \frac{M[\varepsilon^2]}{M[\delta V^2] \left[\frac{5}{g^2 T^4} + \left(\frac{1}{g T^2} + \frac{1}{R} \right)^2 \right]} \quad (4.3.15)$$

Подставим численные значения параметров, полученные в результате полунатурного эксперимента с реальной системой И-11. Ошибка ИНС в определении скорости равна 60 м/мин, угол отклонения платформы относительно сопровождающего трехгранника $-2 \cdot 10^{-4}$ рад., скорость дрейфа 10^{-5} рад/мин, период дискретизации выбран равным 1 минуте. В результате получим, что степень наблюдаемости угла отклонения платформы относительно сопровождающего трехгранника равна 0,01, а степень наблюдаемости скорости дрейфа гиросtabilизированной платформы - 0,0001.

Полученные значения степеней наблюдаемости имеют четкий физический смысл. Относительная погрешность оценивания наблюдаемой компоненты вектора состояния по отношению к оцениваемому номиналу в случае оценивания угла отклонения будет такая же, как и относительная погрешность оценивания непосредственно измеряемой компоненты через 100 минут, а в случае скорости дрейфа - через 10000 минут.

Предложенный критерий степени наблюдаемости позволяет определить количественную оценку наблюдаемости каждой компоненты вектора состояния систем, что в практических приложениях дает возможность принять решение о целесообразности использования тех или иных приборов для определения интересующих параметров, а также выбрать оптимальные характеристики систем.

4.4. Способ повышения степени управляемости ЛА

Представлен способ оптимизации параметров системы управления ЛА с помощью критерия степени управляемости.

Одним из способов повышения управляемости ЛА является разработка высокоэффективной системы управления. Система управления ЛА осуществляет изменение его параметров в соответствии с выбранным алгоритмом, который реализует цель управления. Алгоритмы управления ЛА имеют различную эффективность, зависящую, в частности, от используемого функционала качества. Включение в функционал качества члена, характеризующего степень управляемости, приводит к изменению структуры алгоритма управления и, как правило, к усложнению управления. Поэтому в настоящей части использован более простой подход, который заключается в оптимизации параметров алгоритма управления с помощью критерия степени управляемости.

Математическая модель движения ЛА. Одним из основных этапов синтеза системы управления ЛА является исследование его динамики движения и получение математической модели движения ЛА.

Полная динамическая модель движения ЛА представляет собой сложную нелинейную систему дифференциальных уравнений. Упростить эту модель можно путем описания динамики ЛА как абсолютно жесткого и твердого тела.

Рассмотрим в качестве примера движение ЛА типа баллистической ракеты и ракетносителя на активном участке траектории.

Движение таких ЛА осуществляется в условиях когда их реальные характеристики и внешние воздействия отличаются от номинальных. Поэтому в таких условиях система управления должна обеспечивать устойчивый полет ЛА вблизи номинальной траектории.

Ввиду того, что система управления ЛА должна удерживать его вблизи расчетной траектории, исследование возмущенного движения целесообразно проводить с помощью уравнений в отклонениях.

Модель бокового движение ЛА в отклонениях включает следующие параметры:

V_z - вариация линейной скорости движения центра масс в боковой плоскости;

δ - вариация углового отклонения управляющего органа;

F_{v_z} и M_ψ - соответственно возмущающая сила и момент;

m_H - номнальная масса ЛА; I_H - момент инерции.

В форме Коши модель движения ЛА имеет вид:

$$\dot{X} = AX + Bu + F \quad (4.4.1)$$

Здесь $X_1 = Z$, $X_2 = \dot{Z} = V_z$, $X_3 = \psi$, $X_4 = \dot{\psi}$, $u = \delta$,

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -a_{v_z\delta} & 0 & -a_{\alpha\delta} \end{bmatrix}^T \quad X = \begin{bmatrix} X_1 & X_2 & X_3 & X_4 \end{bmatrix}^T$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & \frac{F_{v_z}}{m_H} & 0 & \frac{M_\psi}{I_H} \end{bmatrix}^T \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -a_{v_z v_z} & -a_{v_z \psi} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -a_{\psi v_z} & -a_{\psi \psi} & 0 \end{bmatrix}$$

Где $a_1 = a_{v_z v_z}$, $a_2 = a_{v_z \psi}$, $a_3 = a_{v_z \delta}$, $a_4 = a_{\psi v_z}$, $a_5 = a_{\psi \psi}$, $a_6 = a_{\alpha \delta}$

Управление движением ЛА осуществляется с помощью системы управления, которая реализует какой-либо алгоритм. В алгоритме управления используется математическая модель движения ЛА. Синтез алгоритма управления обычно проводится отдельно для каждого канала управления. Рассмотрим математическую модель бокового движения ЛА. Отметим, что уравнения движения ЛА в продольной плоскости имеют аналогичный вид.

Оптимальность управления понимается в смысле минимума функционала вида:

$$\mathfrak{J} = \int_{t_0}^T (X^T * Q * X + u^T * R * u) dt + X^T(T) * S * X(T) \quad (4.4.2)$$

Здесь X - вектор состояния;

t_0 - начальный момент времени функционирования объекта;

T - момент времени окончания функционирования объекта;

Q - матрица весовых коэффициентов, характеризующая качество переходного процесса;

R - матрица весовых коэффициентов, характеризующая ограничения, накладываемые на энергетiku;

S - матрица весовых коэффициентов, характеризующая штраф за конечное отклонение регулируемого процесса.

Математическая модель исследуемого процесса имеет следующий вид:

$$\dot{X} = A(t) * X + B(t) * U \quad (4.4.3)$$

где $A(t)$ - матрица модели; $B(t)$ - матрица управления; U - вектор управления.

Управления исследуемым объектом имеет вид [9]:

$$u = -R^{-1} * B^T * \Gamma * X, \quad (4.4.4)$$

где Γ - симметричная матрица, которая является решением следующего уравнения:

$$\dot{\Gamma} = -\Gamma * A - A^T * \Gamma + \Gamma * B * R^{-1} * B^T \Gamma - Q, \quad (4.4.5)$$

где $\Gamma(T) = S$

В практических приложениях обычно матрицы весовых коэффициентов задаются в диагональной форме.

Например, матрица Q выбирается диагональной с

элементами, заданными из условия $q_{ii} = \frac{1}{X_{i \max}^2 (T - t_0)},$

q_{ii} - диагональные элементы матрицы Q ;

$X_{i\max}$ - максимально допустимое значение координаты на интервале функционирования объекта. Соответственно для матрицы S диагональные элементы будут иметь следующий вид:

$$S_{ii} = \frac{1}{X_{i\max}^2(T)}$$

При реализации алгоритмов оптимального управления в БЦВМ целесообразно рассмотреть алгоритм в дискретной форме.

Модель движения ЛА в дискретной форме имеет вид:

$$X_{k+1} = \Phi_k X_k + B_k U_k \quad (4.4.6)$$

Функционал качества в этом случае имеет вид:

$$\mathcal{J} = X_N^T S X_N + \sum_{k=0}^N (X_k^T Q_k X_k + U_N^T R_k U_k) \quad (4.4.7)$$

Оптимальное управление будет иметь вид:

$$W_k = -(R_k + B_k^T \Gamma_{k+1} B_k)^{-1} B_k^T \Gamma_{k+1} \Phi_k X_k \quad (4.4.8)$$

Матрица Γ определяется в результате решения разностного матричного уравнения:

$$\Gamma_k = -\Phi_k^T \Gamma_{k+1} \Phi_k + Q_k - \Phi_k^T \Gamma_{k+1} B_k (R_k + B_k^T \Gamma_{k+1} B_k)^{-1} B_k^T \Gamma_{k+1} \Phi_k \quad (4.4.9)$$

где $\Gamma_N = S$. Реализации на борту ЛА подлежит оптимальное управление U_k .

При использовании оптимизации системы управления в смысле максимума степени управляемости ЛА структура управления не меняется. Изменяются только значения коэффициентов усиления в управляющем сигнале. Это обусловлено тем, что коэффициенты усиления иначе матрица усиления зависят от матрицы модели (в непрерывном случае A и в дискретном - Φ), а также от матрицы управления B . Коэффициенты этих матриц оптимизируются с целью повышение степени управляемости ЛА и, затем, используются в классическом алгоритме управления ЛА.

Однако, прежде чем использовать оптимизированные (позволяющие получить максимально возможные степени управляемости) значения матриц А и В необходимо осуществить проверку устойчивости измененной системы. Поэтому для систем с априорной оптимизацией степени управляемости проводится предварительная проверка устойчивости с помощью различных критериев устойчивости, например, с помощью критерия Гурвица. Для того, чтобы осуществить оптимизацию параметров матриц необходимо выбрать критерий. В данном случае это критерий степени управляемости по которому проводится выбор значений матриц. Анализируя модель движения ЛА с помощью этого критерия, получим суммы элементов каждой строки матрицы управляемости В. Обозначим B_i - суммы элементов каждой строки, которые позволяют судить о степени управляемости каждой компоненты вектора состояния модели движения ЛА.

$$B^* = \begin{bmatrix} 1 - \frac{a_5}{a_1} + \frac{a_2 a_6}{a_4 a_1} \\ \frac{a_5}{a_1} - \frac{a_2 a_6}{a_4 a_1 + a_1^3} \\ -\frac{a_1 a_2 a_6 \sqrt{a_4} + j a_4}{a_4^{3/2} (a_4 + a_1^2)} \\ -\frac{a_1 a_2 a_6 \sqrt{a_4} - j a_4}{a_4^{3/2} (a_4 + a_1^2)} \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} B_1 &= 1 - \frac{a_5}{a_1} + \frac{a_2 a_6}{a_4 a_1} \\ B_2 &= \frac{a_5}{a_1} - \frac{a_2 a_6}{a_4 a_1 + a_1^3} \\ B_3 &= \frac{-a_1 a_2 a_6 \sqrt{a_4} + j a_4}{a_4^{3/2} (a_4 + a_1^2)} \\ B_4 &= \frac{-a_1 a_2 a_6 \sqrt{a_4} - j a_4}{a_4^{3/2} (a_4 + a_1^2)} \end{aligned} \quad (4.4.10)$$

$$X_2 = \dot{Z} = V_z \quad X_3 = \psi \quad X_4 = \dot{\psi}$$

Предположим, что в конкретном практическом приложении поставлена задача повышения степени управляемости X_2 :

X_2 - вариация линейной скорости движения центра масс ЛА в боковой плоскости. Для решения этой задачи рассмотрим вторую

строку матрицы управляемости, составленной в соответствии с

$$\text{критерием } B_2 = \frac{a_5}{a_1} - \frac{a_2 a_6}{a_4 a_1 + a_1^3} \quad (4.4.11)$$

Рассмотрим случай, когда все параметры движения ЛА жестко заданы за исключением параметра P_H (P_H - тяга двигателей ЛА).

В соответствии с критерием степени управляемости компоненты вектора состояния тем выше, чем больше модуль коэффициентов соответствующей строки матрицы вида.

Таким образом, повысить степень управляемости конкретной компоненты вектора состояния можно путем увеличения модуля коэффициента B_1 . В данном случае необходимо увеличить модуль B_2 посредством варьирования параметра a_2 . Учитывая вид этого

параметра
$$a_2 = \frac{P_H + C_{ZH}^\beta q_H^S}{m_H},$$
 где C_{ZH}^β - аэродинамический

коэффициент лобового сопротивления, q - скоростной напор, m - нормальная масса ЛА.

Можно сделать заключение, что при увеличении тяги двигателей ЛА степень управляемости X_2 увеличивается.

Тяга двигателей ЛА с течением времени изменяется, поэтому для совершения маневров ЛА с использованием параметра X_2 целесообразно выбирать такие интервалы полета, на которых P имеет наибольшие значения. Естественно данная рекомендация актуальна лишь в случае, когда имеется возможность выбора момента совершения маневра, т.е. есть возможность изменять полетное задание.

Рассмотрим, как меняется степень управляемость компоненты X_2 с течением времени. Для этого подставим в выражение (4.4.11) численные значения коэффициентов тестовой модели движения ЛА через 10сек полета. Получим $B_2(10)=1,434 \cdot 10^7$. Затем рассчитаем значения модуля B_2 после 30сек полета ЛА. Расчет проведен с

использованием экстраполированных коэффициентов и параметров. $B_2(30)=1,125 \cdot 10^7$. С течением времени модуль B_2 уменьшается, что в соответствии с критерием степени управляемости свидетельствует о снижении степени управляемости компоненты X_2 .

Таким образом при формировании сценария полета (полетного задания) маневрирование ЛА с управлением параметром X_2 целесообразно осуществлять на начальном временном интервале, так как с течением времени степень управляемости X_2 снижается.

- Определение степени управляемости с помощью представленного критерия позволяет провести оптимизацию параметров ЛА. Критерием оптимальности является максимум степени управляемости ЛА.

В практических приложениях, как правило, конструктивные параметры ЛА жестко заданы. Поэтому оптимизации (в смысле критерия степени управляемости) подлежат динамические параметры ЛА.

В рамках физических допусков на эти параметры даны рекомендации по выбору (увеличению или уменьшению) динамических параметров ЛА для совершения маневра. При совершении ЛА маневра управление осуществляется по нескольким параметрам, но один параметр является доминирующим. Предлагается повышать степень управляемости именно доминирующего параметра.

- С течением времени параметры ЛА меняются, соответственно степени управляемости компонент вектора состояния ЛА также изменяются. В связи с этим предложено формировать сценарий полета ЛА с учетом степеней управляемости конкретных компонент вектора состояния. Определения степени управляемости компонент вектора состояния ЛА проводятся на всем интервале полета, выделены интервалы с максимальными значениями степеней управляемости каждой компоненты, тем самым выделены

интервалы, где целесообразно осуществление маневров по той или иной компоненте вектора состояния ЛА. Основным алгоритм управления ЛА остается без изменения, что является важным для серийных ЛА.

4.5. Численный критерий степени управляемости

Представлен численный критерий степени управляемости конкретных переменных состояния динамического объекта, который позволяет получить численную оценку степеней управляемости компонент вектора состояния.

При проектировании системы управления ЛА необходимо чтобы выполнялось условие полной управляемости. Если объект описан в пространстве состояний, то условие полной управляемости заключается в принципиальной возможности управлять объектом с помощью выбранного вектора управления. Проверка управляемости динамического объекта осуществляется с помощью разнообразных критериев, например критерия Калмана. Однако большинство критериев позволяет определить только принципиальную управляемость ЛА, но не характеризует качественные особенности управляемости объекта. Встречаются случаи, когда переменная состояния ЛА принципиально управляема, но эффективность управления чрезвычайно низкая и в практических приложениях осуществлять управление такими компонентам нецелесообразно. Поэтому выяснение конкретных значений степени или меры управляемости компонент вектора состояния ЛА является важной и актуальной.

Качество управления ЛА зависит от реализуемого системой управления алгоритма и от свойств используемой математической модели (сочетания матриц A и B).

С помощью критерия управляемости Калмана можно определить, управляем ли весь вектор состояния системы. Критерии,

предложенные в работах [6,7,9], позволяют выделить компоненты вектора состояния, которые лучше управляемы.

Рассмотрим критерий степени управляемости, который предполагает исследование системы канонического вида:

$$\dot{x}_c^k(t) = A^k x_c^k(t) + H^k u_c^k(t) \quad (4.5.1)$$

где $A^k = -V^{-1}A^T V$; $H^k = -V^{-1}H^T$; $V = [v_1 \dots v_n]$; V - матрица канонического преобразования; v_i - собственные векторы исследуемой системы.

Система является полностью управляемой, если матрица H канонической системы (4.5.1) не содержит строк, все элементы которых равны нулю.

Степень управляемости характеризуют модули элементов строк матрицы H^k , которая названа канонической матрицей управляемости. Представленный критерий позволяет проводить сравнительный анализ управляемости и определять в какой степени управляемы компоненты вектора состояния относительно друг друга. Большей степенью управляемости обладают компоненты вектора состояния, у которых модули элементов строк канонической матрицы управляемости больше модулей соответствующих элементов других строк этой матрицы.

Известные критерии степени управляемости позволяют выделить лучше управляемые компоненты вектора состояния, но не дают численной оценки управляемости. Определим каноническую матрицу управляемости и исследуем суммы элементов каждой ее строки. Обозначим h_i - суммы модулей элементов каждой строки этой матрицы, которые позволяют судить о степени управляемости компонент вектора состояния модели ЛА.

Максимальной степенью управляемости обладает компонента вектора состояния с наибольшей суммой модулей элементов соответствующей строки канонической матрицы управления h_{\max} . Степени управляемости других компонент вектора состояния

определяются путем сравнения сумм модулей элементов строк канонической матрицы соответствующих исследуемым компонентам вектора состояния с максимальным значением суммы модулей элементов канонической матрицы. Сравнение степеней управляемости можно проводить воспользовавшись критерием следующего вида:

$$\gamma = \frac{h_i}{h_{\max}} \quad (4.5.2)$$

где h_i - модуль сума элементов, которые находятся строкой i матрицы B^* , h_{\max} - максимальное значение h_i . Предложенный критерий степени управляемости позволяет определить степень управляемости каждой конкретной компоненты вектора состояния в численном виде γ .

В соответствии с представленным численным критерием степени управляемости компонент вектора состояния мерой управляемости является конкретное число. Этот критерий удобен при автоматизированном проектировании систем управления, так как позволяет включать в вектор управления и вектор состояния только эффективно управляемые компоненты.

Редуцирование математических моделей

После того как определены приоритетные переменные состояния, полную математическую модель необходимо редуцировать. Редуцирование модели является одним из алгоритмических методов сокращения вычислительных затрат.

При отборе наилучших моделей - претендентов, иначе совокупность доминантных признаков, используется понятие селекционного дифференциала признаков D . Для определения селекционного дифференциала доминантных признаков необходимо выбрать признак, по которому проводится селекция, и дать определение положительного сдвига выбранного признака.

В случае определения суммарного селекционного дифференциала требуется выбрать совокупность признаков (функционал качества).

Функционал качества I включает совокупность селекционируемых признаков. Положительным направлением сдвига является увеличение I . Как рассмотрено в [9] в качестве селекционируемых признаков могут пониматься степени наблюдаемости всех компонент вектора состояния. Степень наблюдаемости - характеристика, зависящая от структурных свойств матрицы системы и от измерительного шума.

Дисперсия измерительного шума, приведенного к i -ой компоненте вектора состояния имеет вид [6]

$$r^{i*} = [S_{i1}^2 + S_{i2}^2 + \dots + S_{in}^2] \cdot r \quad (4.5.3)$$

Здесь r^{i*} - дисперсия приведенного измерительного шума; $r = M[V^2]$ - дисперсия исходного измерительного шума, S_{ij} - i -ая строка матрицы S^{-1} .

Критерий селекции заключается в выборе модели с меньшими S_{ij} , $i, j = 1, \dots, n$, т. е. с большими степенями наблюдаемости (уменьшение шума приводит к повышению качества наблюдения).

Суммарный селекционный дифференциал определяется как разность между доминантными признаками отобранных и неотобранных моделей: I_M каждой конкретной модели сравнивается со средним значением I_Σ , разность представляет собой суммарный селекционный дифференциал D_Σ .

$$D_\Sigma = I_M - I_\Sigma \quad (4.5.4)$$

Селекционный дифференциал является показателем жесткости отбора. Величина, на которую удастся сдвинуть доминантный признак (совокупность признаков) за одно поколение отбора,

называется эффективностью селекции. По величине селекционного дифференциала определяется эффективность селекции. Если D стало малым, то продолжать селекцию нецелесообразно - ресурс селекционируемого признака в данной структуре моделей исчерпан.

Один из способов сокращения вычислительных затрат заключается в выборе высокого уровня селекционного дифференциала моделей, которые используются в процессе дальнейшей селекции. Использование этого способа требует от разработчиков серьезных исследований для приобретения опыта по выбору уровня селекционного дифференциала в каждой конкретной задаче.

Другой способ заключается в выборе коэффициента напряженности отбора K . Этот коэффициент также определяет жесткость отбора.

$$K = \frac{l \cdot 100 \%}{N} \quad (4.5.5)$$

Здесь N - исходное число моделей в одном поколении отбора; l - конечное число моделей после отбора в одном поколении.

Уменьшение K увеличивает интенсивность отбора, но может существенно снижать точность прогноза.

Третий способ используется после проведения предварительной селекции моделей. Выбранная сложная модель подвергается операции снижения порядка системы уравнений. В терминах передаточных функций снижение порядка системы проводится путем замены пары полюсов или пары полюс - ноль на отдельный полюс. В пространстве состояний используется подход редуцирования модели. Реализация этого подхода предусматривает определение наиболее значимых (информативных) компонент вектора состояния модели. Определение таких компонент вектора состояния также может быть проведено с помощью какого-либо критерия степени наблюдаемости.

Алгоритмические способы сокращения вычислительных затрат не исчерпываются вышеперечисленными подходами.

Развитие различных теорий, направлений, концепций, в частности концепции самоорганизации, протекает скачкообразно под воздействием импульсов, которые дают теории из других областей современного естествознания.

Исходя из этого, для синтеза прогнозирующих моделей динамических объектов целесообразно использовать, например, эволюционный опыт органического мира нашей планеты.

Эволюция происходит в результате процессов дрейфа генов, мутаций, дифференциального воспроизведения и естественного отбора. Рассмотрим последний механизм эволюции. Естественный отбор - это механизм выделения удачных особенностей и выгодных признаков особей, которые передаются потомству. Удачные особенности в процессе естественного отбора усиливаются, т. е. усиливается специализация. В то же время при существенных изменениях условий функционирования особи, обладающие этими специализациями, с большим трудом и за более длительное время адаптируются к новым условиям по сравнению с особями без этих специализаций. Если специализация особей зашла слишком далеко, то вид не может адаптироваться к новым условиям существования и вымирает. В процессе естественного отбора полезные признаки закрепляются, т. е. формируется и развивается вид организма. При существенно меняющихся условиях функционирования специализация осуществляется медленно, а степень адаптивности особей увеличивается.

Организмы приспособляются к новым условиям обитания, удачные адаптации закрепляются, что приводит к появлению новых видов. Процесс видообразования осуществляется на основе не самых специализированных и высокоразвитых форм. Более высоким потенциалом для образования новых видов обладают слабо

специализированные формы с высокой степенью адаптивности. Эту особенность эволюционного развития органического мира целесообразно использовать при синтезе математических моделей динамических объектов.

При самоорганизации модели эволюция идет от простого к сложному. Затем, в случае изменения условий функционирования объекта, эволюция модели может идти только от сложной к простой. Миновать фазу сложной (специализированной) модели не удастся. При изменении условий функционирования регресс моделей осуществляется уменьшением коэффициентов у членов, являющихся атавизмами.

В случае использования в качестве алгоритма самоорганизации алгоритм с выделением трендов редуцирование модели легко проводить отбрасыванием остатка. Однако ход эволюционного процесса в этом семействе алгоритмов самоорганизации остается неизменным, как и в других алгоритмах самоорганизации, - исключить специализированные модели не удастся.

Из модели с большей степенью адаптивности легче построить более совершенную модель для новых условий функционирования исследуемого объекта, чем из специализированной модели. На это тратится меньше времени, экономятся вычислительные ресурсы, а также исключается возможность возникновения тупиковой ситуации, под которой понимается случай, когда специализация модели зашла настолько далеко, что модель оптимальной сложности невозможно построить за заданный период времени, определяемый из практических соображений (связанный с временем совершения маневра).

При построении прогнозирующих моделей методом самоорганизации предлагается проводить резервирование трендов на начальных рядах селекции. Такая модификация алгоритма самоорганизации обусловлена тем, что если в процессе построения модели появляются существенные изменения условий функционирования объекта, то время получения модели

оптимальной сложность увеличивается, а объем вычислений возрастает. Когда изменения среды появляются на завершающем этапе формирования модели, т. е. модель сложна и близка к последнему ряду селекции, то для получения модели оптимальной сложности требуются значительные вычислительные затраты. Модель приходится строить практически заново.

При резервировании трендов модели, вместо того чтобы строить модель заново, появляется возможность использовать их, что сократит объем вычислений и, соответственно, время, необходимое для получения модели оптимальной сложности.

На каждом этапе селекции резервируются тренды, например с наименьшими отличиями от трендов, переходящих на следующий этап селекции. Такие тренды отбираются по значениям критериев, т. е. на следующий ряд селекции не допускаются тренды, которые имеют самые близкие значения критериев к значениям критериев трендов, переходящих на следующий ряд селекции и подлежащих дальнейшему усложнению.

4.6. Алгоритм самоорганизации с резервированием трендов.

Классический алгоритм самоорганизации [3] предполагает включение в набор базисных функций максимального количества разнообразных функций. Использование различных функций на каждом ряду селекции позволяет наилучшим образом аппроксимировать исследуемый процесс. Наиболее подходящие функции используются с большим весом, а плохо отражающие исследуемый процесс - с меньшим весом. Алгоритмы самоорганизации, имеющие богатый базис, отличаются высокой точностью, но сложны в реализации. Поэтому в практических приложениях обычно используют достаточно скудный набор базисных функций, что существенно упрощает реализацию

алгоритмов самоорганизации в БЦВМ. Однако точность подобных алгоритмов самоорганизации существенно ниже, чем точность классических алгоритмов с богатым базисом. Необходимо найти компромиссное решение синтеза алгоритма, иначе оптимальное соотношение точности алгоритма самоорганизации и трудоемкости, связанной с его реализацией.

Одним из подходов, позволяющих упростить реализацию алгоритмов самоорганизации в БЦВМ, является привлечение априорных эмпирических процесса. Например, при построении модели погрешностей ИНС приблизительно известно, какой характер имеет исследуемый процесс. В этом случае целесообразно включать в базис алгоритма самоорганизации в основном гармонические функции. Алгоритмы самоорганизации, используемые для построения прогнозирующих моделей ИНС, обычно содержат линейные и гармонические базисные функции. Такие алгоритмы применяются для осуществления краткосрочного прогноза и предполагают получение прогнозирующей модели через 10-20 рядов селекции. В случае, когда необходимо получить очень точную модель, как для осуществления долгосрочного прогноза погрешностей ИНС при движении ЛА в крейсерском режиме, количество рядов селекции модели существенно увеличивается. При этом использование в алгоритме самоорганизации скудного базиса может привести к вырождению модели и / или к еще большему увеличению рядов селекции.

В практических приложениях широко используются алгоритмы самоорганизации с резервированием трендов. Тренды, включающие разные базисные функции резервируются (запоминаются) и используются при усложнении модели на более поздних рядах селекции для внесения разнообразия в базис. Например, если исходный базис содержит линейную и гармоническую функции, на первых рядах селекции модели

используется их комбинация. Далее при скрещивании моделей наиболее эффективной становится гармоническая функция, так как исследуемых процесс имеет явно синусоидальный характер. В дальнейшем используется только гармоническая функция и она становится доминирующей в процессе построения прогнозирующей модели. В процессе обновления измерительной выборки, на которой строится прогнозирующая модель, характер исследуемого процесса может существенно измениться. При этом на точность построения модели будет влиять эффект старения измерений и эффект инбридинга. Высокоспециализированная модель с однородным базисом требует значительного количества рядов селекции для получения модели оптимальной сложности. Сокращение количества рядов селекции может быть достигнуто путем использования для усложнения модели резервированных трендов. Итак, в процессе селекции резервируются тренды с различными базисными функциями, и узкоспециализированные модели усложняются трендами с другими базисными функциями. Такая модификация алгоритма самоорганизации позволяет на более поздних стадиях формирования модели разнообразить функциональный базис.

Включение численного критерия в ансамбль критериев селекции алгоритма самоорганизации позволяет построить простые модели с высокими степенями управляемости.

Численный критерий позволяет проводить сравнительный анализ степеней управляемости компонент вектора состояния относительно друг друга.

Путем сравнения степеней управляемости можно формировать вектор состояния модели исследуемого объекта. Для этого воспользуемся алгоритмом самоорганизации и численным критерием степени управляемости.

Этот численный критерий степени управляемости позволяет определить степень управляемости каждой конкретной компоненты вектора состояния в виде скаляра.

При построении моделей ЛА и других динамических объектов использование разработанного критерия позволяет отбирать модели, отличающиеся высокими степенями управляемости компонент вектора состояния. Например, в случае использования для построения модели динамического объекта метода самоорганизации численный критерий степени управляемости может быть включен в ансамбль критериев селекции алгоритма. Для этого необходимо определить пороговое значение степени управляемости, т.е. какие компоненты вектора состояния являются слабоуправляемыми. Пороговое значение степени управляемости определяется из практических соображений для каждого типа динамических объектов.

Слабоуправляемые компоненты исключаются из вектора состояния моделей на каждом ряду селекции.

Численный критерий степени управляемости позволяет ранжировать переменные состояния динамического объекта и в процессе селекции выбирать модели с наибольшими степенями управляемости. Следует отметить, что понятие степени управляемости и, соответственно, представленный численный критерий степени управляемости разработаны для линейных динамических объектов. Поэтому при построении моделей методом самоорганизации целесообразно использовать алгоритм с резервированием трендов. Резервируются тренды с максимальными степенями управляемости.

При построении прогнозирующих моделей методом самоорганизации предлагается проводить резервирование трендов на начальных рядах селекции. Такая модификация алгоритма самоорганизации обусловлена тем, что если в процессе построения

модели появляются существенные изменения условий функционирования объекта, то время получения модели оптимальной сложность увеличивается, а объем вычислений возрастает. Когда изменения среды появляются на завершающем этапе формирования модели, т. е. модель сложна и близка к последнему ряду селекции, то для получения модели оптимальной сложности требуются значительные вычислительные затраты. Модель приходится строить практически заново.

При резервировании трендов модели, вместо того чтобы строить модель заново, появляется возможность использовать их, что сократит объем вычислений и, соответственно, время, необходимое для получения модели оптимальной сложности. Другим преимуществом такой модификации алгоритма самоорганизации является возможность повысить степень управляемости модели динамического объекта.

На каждом этапе селекции резервируются тренды со степенями управляемости, несколько меньшими, чем значения степеней управляемости трендов, переходящих на следующий ряд селекции. Тренды с максимальными степенями управляемости переходят на следующий ряд селекции и подлежат дальнейшему усложнению.

Зарезервированные тренды запоминаются и используются при усложнении модели на более поздних рядах селекции. Например, если исходный базис содержит линейную и гармоническую функции, на первых рядах селекции модели используется их комбинация. Если при скрещивании моделей наиболее эффективной становится гармоническая функция, так как исследуемых процесс имеет явно синусоидальный характер, то в дальнейшем используется только гармоническая функция, которая становится доминирующей в процессе построения модели. В процессе обновления измерительной выборки, на которой строится модель,

характер исследуемого процесса может существенно измениться. При этом на точность построения модели будет влиять эффект старения измерений и эффект инбридинга. Резервирование трендов позволяет снизить влияние этих эффектов, а резервирование трендов с высокой степенью управляемости и использование их в процессе селекции позволяет строить простые модели, которые в дальнейшем могут быть использованы для эффективного управления динамическими объектами. На рис. 4.34 представлена функциональная схема алгоритма самоорганизации с резервированием трендов.

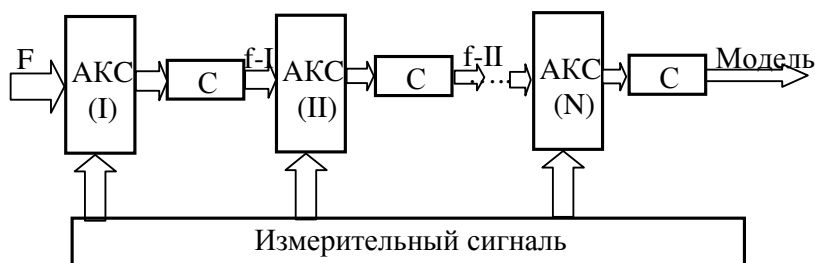


Рис. 4.4. Структурная схема алгоритма самоорганизации с резервированием трендов.

На рис. 4.4. Введены следующие обозначения: f - базисные функции;

АКС- ансамбль критериев селекции;

C- способ скрещивания моделей - претендентов.

В представленном алгоритме самоорганизации в процессе селекции отбираются модели, имеющие максимальные степени управляемости.

Таким образом, использование представленного численного критерия в ансамбле критериев селекции алгоритма самоорганизации с резервированием трендов позволяет строить простые модели с максимальными степенями управляемости.

Увеличение $\det S$ приводит к повышению точности определения вектора состояния. Предлагается использовать в алгоритме самоорганизации критерий селекции в виде:

$$I = [\det S]^2 \rightarrow \max \quad (4.6.1)$$

В случае стационарности матрицы системы, матрицы S является матрицей наблюдаемости системы, а в случае нестационарности системы, граммаиан наблюдаемости невырожденная матрица, следовательно, S^{-1} существует.

Таким образом, в процессе селекции по критерию (4.6.1) выбираются модели с большим $\det S$.

Критерий селекции позволяет отбирать модели с меньшими S_{ij} , $i, j = 1, \dots, n$, т.е. уменьшить шум, что приводит к повышению степени наблюдаемости переменной состояния.

Модификация алгоритма оценивания с повышенной степенью наблюдаемости системы управления.

Скалярный подход, разработанный Салычевым О.С., позволяет существенно упростить реализацию алгоритмов оценивания. Скалярные алгоритмы представляют собой формулы с переменными коэффициентами, позволяющие проводить оценивание отдельно каждой компоненты вектора состояния. Для синтеза скалярных алгоритмов оценивания необходимо сформировать скалярное уравнение модели для интересующей компоненты вектора состояния и приведенные измерения.

Рассмотрим уравнения измерений для различных моментов времени.

$$\begin{aligned} z_1 &= Hx_1 + V_1 \\ z_2 &= H\Phi x_1 + HW_1 + V_2 \end{aligned} \quad (4.6.2)$$

.....

$$z_n = H\Phi^{n-1}x_1 + H\Phi^{n-2}W_1 + H\Phi^{n-3}W_2 + \dots + HW_{n-1} + V_n$$

В блочно-матричном виде система (4.6.2) имеет вид:

$$z_1^0 = S \cdot x_1 + V_1^0$$

$$z_1^0 = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \dots \\ z_n \end{bmatrix} \quad S = \begin{bmatrix} H \\ H\Phi \\ \dots \\ H\Phi^{n-1} \end{bmatrix}$$

$$W_1^0 = \begin{bmatrix} V_1 \\ HW_1 + V_2 \\ H\Phi \cdot W_1 + H\Phi \cdot W_2 + V_3 \\ \dots \\ H\Phi^{n-2}W_1 + H\Phi^{n-3}W_2 + \dots + HW_{n-1} + V_n \end{bmatrix}$$

Выразим x_1 с учетом этих обозначений $x_1 = S^{-1}z_1^0 - S^{-1}W_1^0$

Матрица S^{-1} существует, так как матрица S представляет собой матрицу наблюдаемости, которая является не особой, если вектор состояния полностью наблюдаем по выбранным измерениям. Введем новые обозначения:

$$z_1^* = S^{-1}z_1^0 \quad W_1^* = S^{-1}W_1^0$$

С учетом новых обозначений выражение для x_1 будем иметь вид:

$$z_1^* = x_1 - W_1^*$$

Сформированный таким образом новый вектор измерений z^* позволяет непосредственно измерять весь вектор состояния. Однако измерять весь вектор состояния возможно лишь после набора n измерений.

Запишем уравнение для измерений i -ой компоненты вектора состояния:

$$z_1^{i*} = x_1^i - W_1^{i*}$$

здесь W_1^{i*} - приведенный к i -ой компоненте вектора состояния шум.

Запишем уравнения объекта для $(n+1)$ -ого момента времени через вектор состояния на первом шаге:

$$x_{n+1} = \Phi^n x_1 + \Phi^{n-1}W_1 + \Phi^{n-2}W_2 + \dots + W_n$$

Для i - ой компоненты вектора состояния уравнения имеет вид:

$$x_{n+1}^i = b_{ii}x_1^i + b_{i1}x_1^1 + b_{i2}x_1^2 + \dots + b_{in}x_1^n + W_1^{i0} \quad (4.6.3)$$

где W_1^{i0} - элемент вектора $W_1^0 = \sum_{j=1} \Phi^{j-1} W_{n+1-j}$,

$[b_{i1} \dots b_{in}]$ i -я строка матрицы Φ^n .

Учитывая уравнение (4.6.3) получим уравнение, отражающее динамику i -ой компоненты вектора состояния.

$$x_{n+1}^i = b_{ii}x_1^i + b_{i1}z_1^{1*} + b_{i2}z_1^{2*} + \dots + b_{in}z_1^{n*} + b_{i1}V_1^{1*} + b_{i2}V_1^{2*} + \dots + b_{in}V_1^{n*} + W_1^{i0}$$

$$z_1^* = [z_1^{1*}, z_1^{2*}, \dots, z_1^{n*}]^T$$

Так как исходные входной и измерительный шумы - дискретные белые гауссовы шумы, их линейные комбинации также являются дискретными белыми шумами. В этом случае оптимальную оценку можно получить посредством фильтра Калмана.

Априорная дисперсия ошибки оценивания определяется в соответствии с выражением:

$$P_{k/k+1}^i = b^2(1 - k_{k+1})P_{k-1/k-2}^i + q_{k-1}^{i*}$$

где q_{k-1}^{i*} - дисперсия приведенного входного шума, которая в практических приложениях, как правило, неизвестна.

Определим оценку дисперсии приведенного входного шума на основе использования свойств обновляемой последовательности. Дисперсия обновляемой последовательности имеет вид:

$$M[(V_k^i)^2] = P_{k/k-1}^i + r_k^{i*}$$

Подставляя в это уравнение априорную дисперсию ошибки оценивания, получим: $M[(V_k^i)^2] = b^2(1 - K_{k-1}^i)P_{k-1/k-2}^i + r_k^{i*} + q_{k-1}^{i*}$

Определяя оценку дисперсии: $M[(W_k^i)^2] = \frac{1}{k} \sum_{j=1} (W_j^i)^2$ получим

следующее выражение для оценки дисперсии приведенного шума:

$$q_{k-1}^{i*} = M[(W_k^i)^2] - b^2(1 - k_{k-1}^i)P_{k-1/k-2}^i - r_k^{i*}, \text{ это выражение может}$$

быть использовано в алгоритме. Чем меньше W^* , тем точнее проводятся измерения x . Уменьшить приведенный измерительный шум можно путем изменения элементов матрицы S . Элементы матрицы S представляют собой комбинации элементов матриц H и Φ . Обычно матрица измерений жестко задана, а матрица системы содержит параметры, которыми можно варьировать, например период дискретизации. Вес, с которым измерительный шум присутствует в уравнении, определяется коэффициентами вида:

$$S_{11} = \frac{A_{11}}{\det S}, \dots, S_{nn} = \frac{A_{nn}}{\det S}, \text{ где } A_{11}, \dots, A_{nn} \text{ алгебраические}$$

дополнения соответствующих элементов матрицы наблюдаемости.

Увеличение детерминанта матрицы S приводит к уменьшению приведенного измерительного шума, а следовательно к повышению точности определения вектора состояния. Предлагается принять критерий оптимизации в виде:

$$I_k = [\det S]^2 \rightarrow \max \quad (4.6.4)$$

Критерий оптимизации представляет собой критерий степени наблюдаемости: с увеличением детерминанта матрицы наблюдаемости повышается степень наблюдаемости компонент вектора состояния системы.

В случае нестационарности матрицы системы $\Phi_{k,k-1}$ матрица S будет иметь следующий вид:

$$S_k = \begin{bmatrix} H \\ H\Phi_{k,k-1} \\ H\Phi_{k,k+1}\Phi_{k,k-1} \\ \dots \end{bmatrix}$$

Критерий (4.6.4) остается без изменения, лишь несколько усложняется процесс вычисления S_k .

4.7. Оценивание слабонаблюдаемой азимутальной скорости дрейфа ИНС

Рассматривается задача оценивания слабонаблюдаемой переменной состояния азимутальной скорости дрейфа гироблока ИНС. Эффективное оценивание предлагается осуществлять с помощью формирования скалярных приведенных измерений, метода самоорганизации и численного критерия степени наблюдаемости конкретных компонент вектора состояния.

В связи с усложнением задач, которые решаются с использованием навигационной информации, повышаются требования к точности навигационных систем. Наиболее распространенными навигационными системами являются платформенные ИНС, корректируемые от внешних источников информации. Рассмотрим ИНС с коррекцией от ДИСС. Для наиболее полной компенсации погрешностей в выходной информации необходимо предварительно оценить ошибки ИНС. Учитывая, что ДИСС измеряет только скорости, нужно по имеющейся информации об ошибках по скорости оценить угловые ошибки ГСП и дрейф гироскопов. Оценить ошибки в измерении этих параметров возможно с помощью алгоритмов оценивания, например фильтр Калмана.

Применение для коррекции ИНС методов оценивания предполагает полную наблюдаемость ошибок системы. Поэтому прежде чем воспользоваться подобной коррекцией, необходимо удостовериться, что вектор состояния системы, включающий ошибки ИНС, является наблюдаемым по используемым измерениям. Определение наблюдаемости вектора состояния осуществляется с помощью различных критериев наблюдаемости.

Исследование наблюдаемости ошибок ИНС, корректируемой от ДИСС, показало, что имея информацию только о скорости перемещения объекта, невозможно определить его ориентацию в азимуте.

По результатам математического регулирования можно судить о точности оценивания наблюдаемых ошибок ИНС. Алгоритмы оценивания начинают удовлетворительно оценивать ошибки ИНС по скорости с пятого шага, по углам отклонения ГСП - с 30-го шага, горизонтальные дрейфы ГСП - с 40 - 50 шага. Азимутальный дрейф слабонаблюдаем и может быть эффективно оценен только на интервале времени 2 - 4 часа.

Помимо различия во временных интервалах, необходимых для удовлетворительного оценивания ошибок ИНС, различны и относительные погрешности оценивания по отношению к оцениваемому номиналу. В связи с этим встает вопрос о степени наблюдаемости различных ошибок ИНС.

Слабонаблюдаемые компоненты вектора состояния хоть и являются формально наблюдаемыми на практике не подвергаются обработке посредством алгоритмов оценивания, так как их оценку возможно лишь на достаточно больших интервалах функционирования системы. Поэтому обычно подразделяют компоненты вектора состояния системы на “хорошо” наблюдаемые, которые подлежат оцениванию, ненаблюдаемые, а также слабонаблюдаемые компоненты [10].

Итак, задача оценивания “хорошо” наблюдаемых компонент вектора состояния успешно решается с помощью разнообразных алгоритмов оценивания. Эффективное оценивание слабонаблюдаемых компонент вектора состояния является актуальной проблемой. Для решения указанной проблемы предполагается воспользоваться скалярным подходом, алгоритмом самоорганизации и численным критерием степени наблюдаемости.

Рассмотрим дискретное линейное уравнение, описывающее динамический объект, например изменение погрешностей ИНС.

Уравнение измерений имеет вид:

$$z_k = Hx_k + v_k \quad (4.7.1)$$

Пусть измеряется одна компонента вектора состояния, т.е. $H=[1 \ 0 \ \dots \ 0]$. Разобьем каждый шаг измерений на n подтактов и выразим эти измерения через вектор состояния на первом подтакте измерений в форме (4.7.1) или в матричной форме

$$z^* = Sx_1 + w^*,$$

$$z^* = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix}, S = \begin{bmatrix} H \\ H\Phi \\ \vdots \\ H\Phi^{n-1} \end{bmatrix}, w^* = \begin{bmatrix} v_1 \\ Hw_1 + v_2 \\ \vdots \\ H\Phi^{n-2}w_1 + \dots + Hw_{n-1} + v_n \end{bmatrix}$$

Где

Запишем вектор состояния в первом подтакте измерения

$$x_1 = S^{-1}z^* + S^{-1}w^*$$

Обозначая $y = S^{-1}z^*$, запишем это уравнение в скалярном виде

$$y^i = a_1 z_1 + a_2 z_2 + \dots + a_n z_n \quad (4.7.2)$$

Здесь y^i - элемент вектора y ; a_1, a_2, \dots, a_n - я строка матрицы S^{-1} . Матрица S^{-1} существует, так как S - матрица наблюдаемости.

Для остальных компонент вектора состояния уравнения измерений формируется в соответствии с уравнением (4.7.2).

Введем понятие приведенного измерительного шума. Для произвольной компоненты вектора состояния приведенный измерительный шум, в соответствии с уравнением (4.7.2) имеет вид:

$$v^{*i} = a_1 v_1 + a_2 v_2 + \dots + a_n v_n$$

Дисперсия приведенного к i -ой компоненте измерительного шума определяется коэффициентами a_1, a_2, \dots, a_n т.е.

$$r^{*i} = M[v^{*i}] = [a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2]r$$

Где $r=M[v^2]$ - дисперсия исходного измерительного шума .

Запишем уравнение измерений для азимутальной скорости дрейфа ГСП ИНС, полученное в форме (4.7.2).

$$\varepsilon_{k-1}^z = a_1 z_{k+3}^y + a_2 z_{k+4}^y + a_3 z_{k+1}^y + a_4 z_k^y + a_5 z_{k-1}^y + a_6 z_k^x + a_7 z_{k-1}^x$$

(4.7.3)

Где z - азимутальная скорость дрейфа ГСП ИНС,

z_y - проекция на ось y разности измерений скорости ЛА, полученных с помощью ИНС и ДИСС;

z_x - проекция на ось x разности измерений скорости ЛА, полученных с помощью ИНС и ДИСС,

xyz - опорный трехгранник.

Количество членов в уравнении (4.7.3) обусловлено результатами анализа уравнений ошибок ИНС выделенными доминирующими составляющими в модели скорости азимутального дрейфа ГСП ИНС. Вычисленные аналитически значения коэффициентов в процессе полета ЛА меняются. Поэтому целесообразно осуществлять их идентификацию.

Задачу идентификации можно решать посредством многообразных алгоритмов например алгоритма самоорганизации. Этот алгоритм используется для программирования погрешностей ИНС в автономном режиме, которому предшествовал корректируемый режим полета.

Такая структура модели выбрана из соображений простоты и минимального количества необходимой измерительной информации. В выбранных измерениях содержится полный объем информации для определения азимутальной скорости дрейфа ГСП ИНС, что обосновано аналитическими исследованиями.

При использовании измерений позиционной информации структура выбранной модели азимутальной скорости дрейфа ГСП ИНС не меняется.

В алгоритме самоорганизации структура модели предполагается известной, что позволяет существенно сократить вычислительные затраты (перебор структур исключается из алгоритмов самоорганизации). Алгоритмы самоорганизации

позволяют строить прогнозирующие модели в корректируемом режиме работы ИНС, а в последующем автономном режиме использовать последнюю из полученных моделей для прогноза ошибок ИНС.

В алгоритм самоорганизации селекция моделей (моделей с заданной структурой) осуществляется посредством ансамбля критериев. Учитывая, что азимутальная скорость дрейфа ГСП ИНС по измерениям скорости является слабонаблюдаемой, целесообразно в ансамбль критериев селекции включить критерий степени наблюдаемости. Подобный критерий предназначен для того чтобы пропускать на следующий ряд селекции только модели с высокой степенью наблюдаемости.

Таким образом, определяются величина азимутальной скорости дрейфа ГСП ИНС: в отличие от модели, полученной аналитически в предполагаемой модели осуществляется идентификация параметров (методом самоорганизации) и из нескольких моделей претендентов выбирается модель с максимальной степенью наблюдаемости азимутальной скорости дрейфа ГСП. Использование моделей с высокой степенью наблюдаемости исследуемой переменной состояния позволяет удовлетворительно оценить ее за более короткий интервал времени.

Представленный способ формирования измерений для скалярного алгоритма позволяет повысить точность навигационной информации в автономном режиме функционирования ИНС. Оценка азимутальной скорости дрейфа при коррекции ИНС от внешних измерителей не производится. Скалярный алгоритм с идентификацией параметров за счет использования специальным образом сформированных измерений решает эту задачу.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Агеев В.М., Павлова Н.В. Приборные комплексы летательных аппаратов и их проектирование. - М.: Машиностроение, 1990.
2. Богословский С.В., Дорофеев А.Д. Динамика полета летательных аппаратов. Учебное пособие. - СПб ГУАП, СПб., 2002.
3. Ивахненко А.Г., Мюллер Й.Я. Самоорганизация прогнозирующих моделей - Киев, Техника, 1985.
4. Неусыпин А.К., Неусыпин К.А. Алгоритмическое обеспечение систем навигации и наведения. - М.: Изд. Сигналь МПУ, 1999.
5. Неусыпин К.А. Современные системы и методы наведения, навигации и управления летательными аппаратами. - М.: МГОУ, 2009.
6. Неусыпин К.А., Кулагин В.П. Нетрадиционные методы оценивания. - М.: Сигналь МПУ, 1998.
7. Неусыпин К.А., Мирахмедов Р.А., Мирбабаев Ф.А. Методы повышения точности измерительных систем. - Ташкент, НАВРУЗ, 1992.
8. Неусыпин К.А., Пролетарский А.В., Цибизова Т.Ю. Системы управления летательными аппаратами и алгоритмы обработки информации. - М.: Изд. МГОУ, 2006.
9. Неусыпин К.А., Фам Суан Фанг. Численный критерий степени управляемости переменных состояния. //Автоматизация и современные технологии. - 2007, №7.
10. Парусников Н.А., Морозов В.М., Борзов В.И. Задача коррекции в инерциальной навигации: М.: МГУ, 1982.
11. Фам Суан Фанг, Кэ Фан, Ким Чже Су. Исследование интеллектуальных систем управления ЛА. //Автоматизация и современные технологии. - 2006, №7.
12. Ричард Л. (Richard B. Langley), University of New Brunswick. RTK GPS. - Журнал GPS World, Advanstar Communications, 859 Willamette Street, Eugene, OR 97401, USA, 1999.
13. U.S. Naval Observatory, Статус GPS системы, - Washington, DC, 2003.
14. ГЛОНАСС. Информационный бюллетень № 1. - М.: Координационный научно-информационный центр, 1999.

**Неусыпин Константин Авенирович
Фам Суан Фанг**

**АЛГОРИТМИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ
ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ
НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ ЛА**

МОНОГРАФИЯ

Подписано к печати: 21. 4. 2009г.

Издательство МИР

№ 317-2009/СХВ/17-54/ThG

ISBN 978-604-77-0027-1

Г. Ханой, Ул. Чан Хынг Дао, Д. 46, тел.: (844) 8253841.

Формат бумаги 14,5 x 20,5

Тираж 1500 экз.